

Введение

Роль трубопроводного транспорта в системе нефтегазовой отрасли промышленности чрезвычайно высока. Он является основным и одним из дешевых видов транспорта нефти от мест добычи на нефтеперерабатывающие заводы и экспорт. Открытие новых месторождений и интенсивный рост добычи нефти в нашей стране требует развития трубопроводного транспорта и увеличения объема резервуарных парков.

В связи с увеличением добычи и переработки нефти в России с каждым годом требуется значительное расширение резервуарного парка. Резервуарный парк расширяется как путем создания новых, более экономичных резервуаров, так и путем увеличения их вместимости.

При эксплуатации резервуара, оболочка находится под постоянным напряжением, в связи с этим стенка испытывает различные виды воздействий. Гидростатическое и избыточное давление вызывают в ней двухосное растяжение. Снеговая, ветровая нагрузка масса стенки и крыши сжимают стенку.

В резервуарах также возможен вакуум, т.е. нагружение, при котором внешнее давление больше внутреннего. Эта нагрузка вызывает сжатие стенок в радиальном направлении. Указанные выше нагружения провоцируют в стенке, за исключением особых зон, плоско-напряженное состояние.

Окончательно производится определение усилий «краевого эффекта» и проверка прочности с учетом всех компонентов напряженного состояния.

Цель работы – исследовать несущую способность резервуаров в различных условиях с возможностью получения общей картины распределения напряжений и последующего сравнения их с критическими значениями. В процессе работы рассмотрены общие положения теории тонких оболочек, а также проведены расчеты по определению напряженно-деформированного состояния

РВСПК-50000

м³.

					Исследование напряженно-деформированного состояния резервуара вертикального стального с плавающей крышей типа РВСПК-50000 м³ при его эксплуатации в специализированном морском нефтяном порту							
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат	<div>Введение</div>				Лит.	Лист	Листов	
Разраб.	Бородай											
Руковод.	Саруев Л.А.											
Консульт.												
Зав. Каф.	Рудаченко											
									НИ ТПУ гр.2БМ4Б			

1 Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров

1.1 Геометрические характеристики оболочек резервуаров и трубопроводов

Оболочкой называется тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, расстояние между которыми мало по сравнению с прочими размерами тела [1].

Геометрическое место точек, равно удаленных от обеих поверхностей, является срединной поверхностью оболочки. Эта поверхность в теории оболочек играет такую же роль, как и геометрическая ось балки в сопротивлении материалов.

Длина перпендикуляра, восстановленного в произвольной точке срединной поверхности, между двумя ограничивающими поверхностями определяет толщину оболочки, которую обозначим через h .

Форма срединной поверхности, толщина стенки и граничный контур полностью определяют оболочку с геометрической стороны.

Проведем в некоторой точке M срединной поверхности произвольной формы нормаль и плоскость, содержащую эту нормаль, изображенную на рисунке 1. Точки пересечения плоскости, содержащей нормаль, и срединной поверхности образуют некоторую кривую линию, которая называется нормальным сечением в точке M .

Проведем на срединной поверхности произвольной формы семейство линий $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, и $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, указанных на рисунке 2. Если линии систем α и β пересекаются под прямым углом, т. е. угол между касательными к этим линиям равен 90° , то сетка этих линий называется ортогональной.

Семейство ортогональных линий α и β называется линиями кривизны. Через каждую точку пересечения проходит одна кривая каждого семейства.

					Исследование напряженно-деформированного состояния резервуара вертикального стального с плавающей крышей типа РВСПК-50000 м³ при его эксплуатации в специализированном морском нефтяном						
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат	Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров				Лит.	Лист	Листов
Разраб.	Бородай										
Руковод.	Саруев Л.А.										
Консульт.											
Зав. Каф.	Рудаченко										
					НИ ТПУ гр.2БМ4Б						

Семейство ортогональных линий α и β называется линиями кривизны. Через каждую точку пересечения проходит одна кривая каждого семейства.

Предположим, что на ортогональных линиях 1—1 и 2—2 семейства α и β лежат две точки N_1 и N_2 , бесконечно удаленные от точки пересечения этих линий M .

Точки пересечения этих нормалей O_1 и O_2 называются центрами кривизны главных нормальных сечений срединной поверхности в точке M соответственно в ортогональных направлениях 1—1 и 2—2.

Расстояния от центров кривизны O_1 и O_2 до точки M носят название главных радиусов R_1 и R_2 кривизн срединной поверхности в точке M соответственно вдоль линий 1—1 и 2—2, а величины, обратные главным радиусам кривизны, $K_1 = \frac{1}{R_1}$ и $K_2 = \frac{1}{R_2}$ называются главными кривизнами срединной поверхности в точке M .

Определим произведение и полусумму главных кривизн:

$$\begin{aligned} \Gamma &= K_1 \cdot K_2 = \frac{1}{R_1 \cdot R_2}; \\ K &= \frac{K_1 + K_2}{2} = \frac{R_1 + R_2}{2 \cdot R_1 \cdot R_2}. \end{aligned} \quad (1)$$

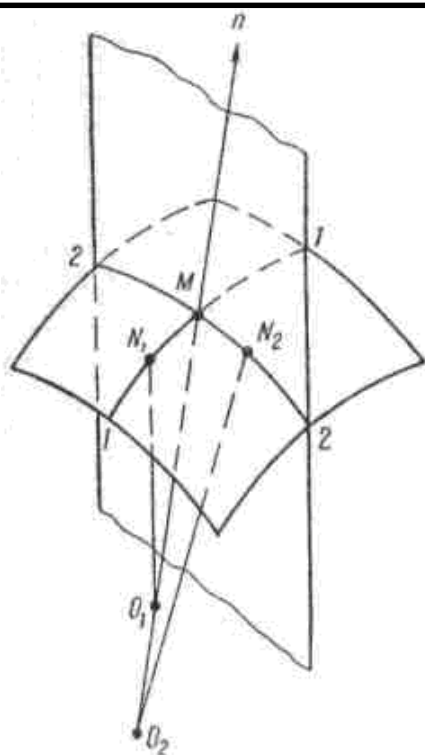


Рисунок 1 – Ортогональные линии

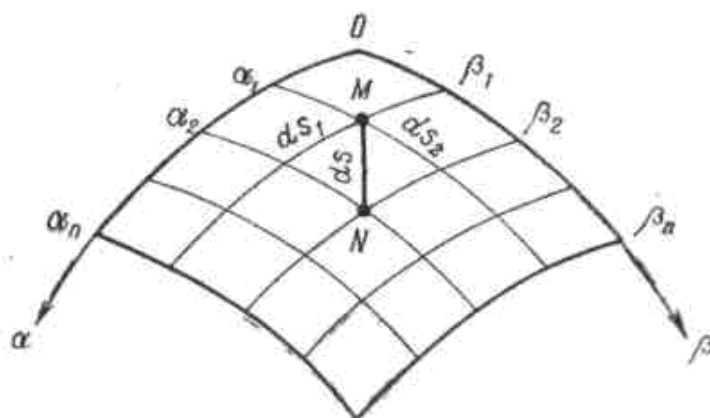


Рисунок 2 – Положение точки на срединной поверхности

Величина Γ называется гауссовой кривизной поверхности в данной точке, K — средней кривизной.

Понятие гауссовой кривизны в теории поверхностей является фундаментальным. По знаку гауссовой кривизны можно судить о форме поверхности в окрестности данной точки.

Если $\Gamma > 0$ (положительная кривизна), то кривизны K_1 и K_2 имеют одинаковый знак. Это означает, что центры кривизны O_1 и O_2 по главным направлениям находятся по одну сторону от поверхности на рисунке 3-а, а центры кривизны всех других нормальных сечений будут лежать на отрезке O_1O_2 . К оболочкам положительной гауссовой кривизны относятся выпуклые оболочки.

Напротив, при $\Gamma < 0$ (отрицательная кривизна) центры O_1 и O_2 лежат по разные стороны от поверхности на рисунке 3-б; центры кривизны остальных нормальных сечений находятся на внешних областях отрезка O_1O_2 . К оболочкам отрицательной гауссовой кривизны относятся оболочки вогнуто-выпуклые.

Наконец, если $\Gamma = 0$ (нулевая кривизна), одна из главных кривизн обращается в нуль, центры кривизны лежат по одну сторону от O_1 , а центр O_2

находится в бесконечности, рисунок 3-в. К оболочкам нулевой гауссовой кривизны относятся цилиндрические и конические оболочки.

Положение точки на срединной поверхности оболочки будем определять с помощью криволинейных координат α и β , которые являются линиями главных кривизн для недеформированной поверхности оболочки, изображенной на рисунке 2.

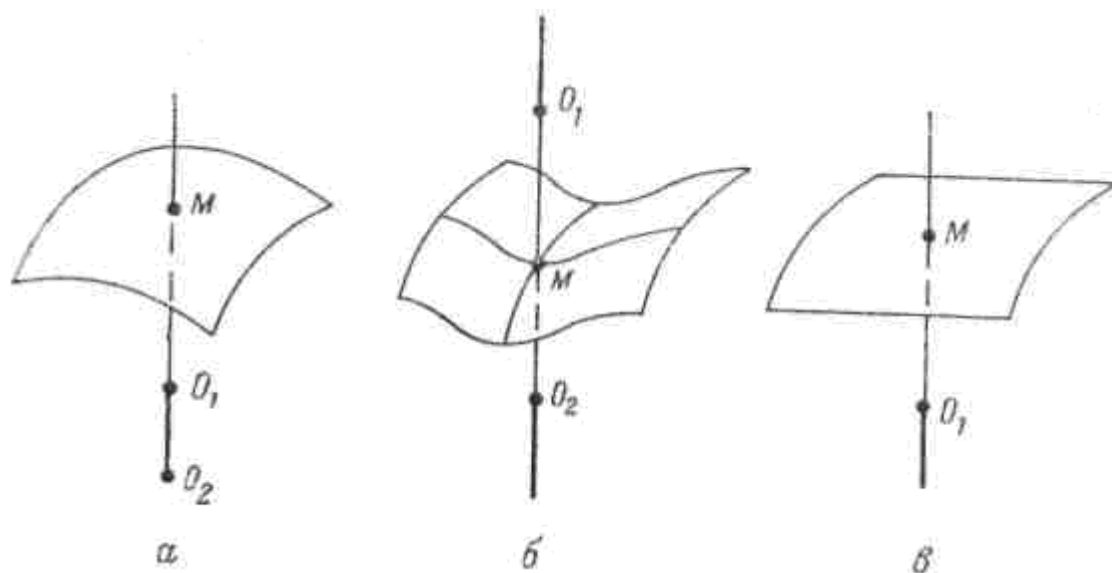


Рисунок 3 – Форма поверхностей в зависимости от гауссовой кривизны: а – $\Gamma > 0$, б – $\Gamma < 0$, в – $\Gamma = 0$

Если, например, срединная поверхность оболочки образована вращением кривой вокруг некоторой оси Oz , то главными линиями кривизны являются меридианы и параллели, которые образуют так называемую географическую сетку, изображенную на рисунке 4. Эти линии и принимаются за криволинейные координаты, широко применяемые в технике оболочек вращения. Задать положение этих линий можно при помощи той или иной системы координат.

Положение точки M на срединной поверхности оболочки вращения в цилиндрической системе координат определяется расстоянием от точки O по вертикали $\alpha = z$ и углом $\beta = \theta$, отсчитываемым от начальной плоскости CD_0O .

Каждому значению $z = \text{const}$ соответствует некоторая параллель, а углу $\theta = \text{const}$ — меридиан.

Положение точки M на срединной поверхности оболочки вращения в

сферической системе координат определяется углом φ , характеризующим положение меридиана.

В окрестности точки M срединной поверхности произвольной формы выделим четыремя координатными линиями бесконечно малый элемент, указанный на рисунке 2. Так как при линеаризации в малом бесконечно малые отрезки кривых можно заменить прямыми линиями, выражение для квадрата линейного бесконечно малого элемента в ортогональной системе координат запишем:

$$ds^2 = ds_1^2 + ds_2^2, \quad (2)$$

где ds_1 , ds_2 — линейные элементы, соответствующие приращениям криволинейных координат в направлениях α и β . Так как приращения в направлении α и β бесконечно малы, то линейные элементы ds_1 и ds_2 будут пропорциональны дифференциалам независимых переменных.

$$ds_1 = A d\alpha, \quad ds_2 = B d\beta. \quad (3)$$

где A , B — коэффициенты искажения, преобразующие приращения криволинейных координат в линейные отрезки.

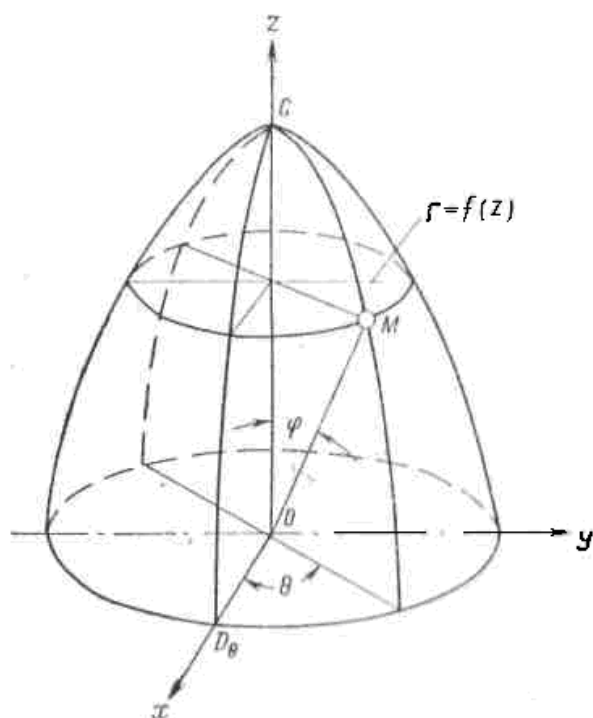


Рисунок 4 – Срединная поверхность, образованная вращением кривой вокруг оси z

После подстановки (1.3) в (1.2) выражение для квадрата линейного элемента примет вид:

$$ds^2 = A^2 d\alpha^2 + B^2 d\beta^2. \quad (4)$$

Выражение (4) носит название первой квадратичной формы поверхности, а величины A и B — коэффициенты первой квадратичной формы. Эти коэффициенты зависят от криволинейных координат точки M поверхности, но не зависят от их дифференциалов, следовательно, для данной точки поверхности A и B определяются однозначно. Например, значения коэффициентов первой квадратичной формы для рассмотренной нами произвольной оболочки вращения запишутся:

а) в цилиндрической системе координат

$$A = \sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2}; B = r; \quad (5)$$

б) в сферической системе координат

$$A = \frac{r}{\cos \varphi}; B = r; \quad (6)$$

где r — функция от φ , указанная на рисунке 4.

Теория расчета оболочек в зависимости от отношения толщины стенки h к радиусу срединной поверхности R делится на теорию оболочек произвольной толщины и на теорию тонких упругих оболочек. Обычно считают тонкими такие оболочки, у которых, $\max\left(\frac{h}{R}\right) \leq \frac{1}{20}$, а толстостенными, — у которых это неравенство не соблюдается.

При выводе основных формул для тонких оболочек можно отбрасывать члены, содержащие относительную толщину стенки $\frac{h}{R}$; для толстостенных оболочек эти члены сохраняются.

Оболочки нефтехранилищ и магистральных трубопроводов удовлетворяют рассматриваемому условию, поэтому расчет этих сооружений основывается на теории упругих тонких оболочек.

					Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

1.2 Основные уравнения линейной теории тонких упругих оболочек

В основу теории оболочек положены упрощения, имеющие определенный физический смысл и вполне очевидную преимущество от хорошо проверенной теории балок.

Эти допущения и гипотезы формулируются следующим образом:

- прямолинейные волокна оболочки, перпендикулярные к срединной поверхности до деформации, остаются после деформации также прямолинейными и перпендикулярными к изогнутой срединной поверхности, сохраняя при этом свою длину;
- нормальные напряжения на площадках, параллельных срединной поверхности, пренебрежимо малы по сравнению с прочими напряжениями.

В оболочке произвольной формы, изображенной на рисунке 5, заданной в системе координат α, β, z , выделим нормальными плоскостями $\alpha=\text{const}$, $\alpha+d\alpha=\text{const}$, $\beta=\text{const}$, $\beta+d\beta=\text{const}$ бесконечно малый элемент и рассмотрим условия его равновесия под действием всех внешних и внутренних сил.

Внешние силы, непрерывно распределенные по поверхностям, ограничивающим оболочку, действуют нормально к ее срединной поверхности (давление жидкости или газа). Обозначим внешнюю силу, приходящуюся на единицу площади срединной поверхности, через q , а ее компоненты, совпадающие с направлениями касательных к координатным линиям α, β , и z в точке 0 соответственно через $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$. Эти составляющие нагрузки — произвольные непрерывные функции независимых переменных α и β . Например, для стенки цилиндрического резервуара в качестве нагрузки \bar{Z} принимается давление жидкости и ветровое давление, а нагрузки \bar{X} — собственный вес резервуара и кровли на единицу периметра. Внутренним силам соответствуют напряжения, действующие на соответствующие боковые грани элемента.

Обозначим: σ_1 — нормальное напряжение на грани $\alpha=\text{const}$;

σ_2 — нормальное напряжение на грани $\beta=\text{const}$;

					Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

$\tau_{12} = \tau_{21}$ — касательные напряжения соответственно на гранях $\beta=\text{const}$ и $\alpha=\text{const}$, равные из условия равновесия выделенного элемента («закон парности касательных напряжений»);

τ_{z1}, τ_{z2} — касательные напряжения, направленные по нормали к срединной поверхности оболочки.

Очевидно, касательные напряжения как и для прямого бруса являются реакциями единичного элемента на сдвиг и кручение оболочки. Положительные направления напряжений показаны на рисунке 5.

Если радиус кривизны сечения $\alpha=\text{const}$ срединной поверхности равен R_2 , то соответствующий радиус кривизны элемента, находящегося на расстоянии z от срединной поверхности, будет равен

$$R_2^{(z)} = R_2 + z. \quad (7)$$

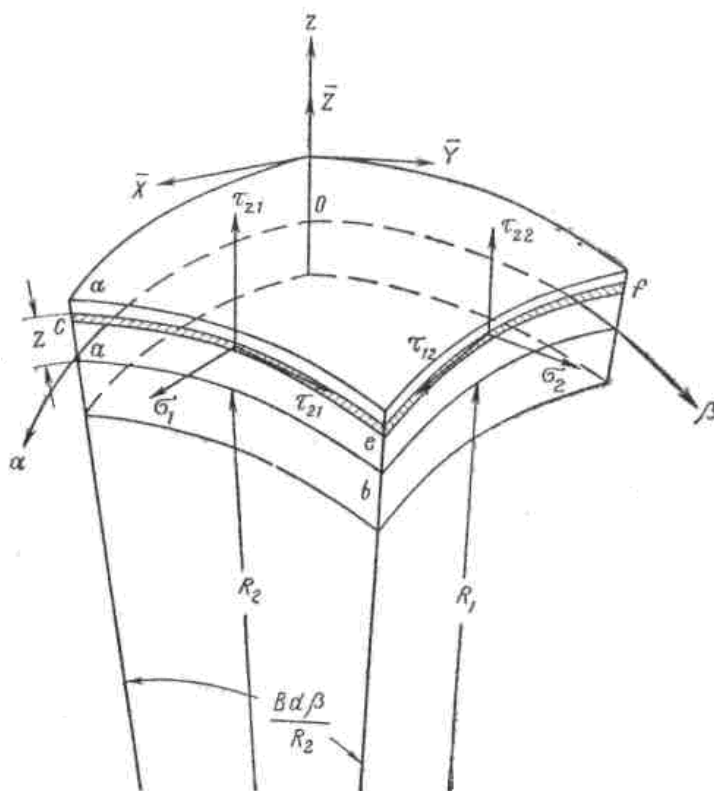


Рисунок 5 – Условия равновесия бесконечно малого элемента

Кроме того, если длина дуги ab срединной поверхности равна Bdb , то длина дуги ce элемента, отстоящего на расстоянии z от срединной поверхности, в соответствии с гипотезой прямых нормалей будет равна

$$ce = B \cdot d\beta + \frac{B \cdot d\beta}{R_2} \cdot z = \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot B \cdot d\beta. \quad (8)$$

Аналогично определяются радиус кривизны и длина дуги элемента, отстоящего на расстоянии z от срединной поверхности, в сечении $\beta = \text{const}$:

$$R_2^{(z)} = R_2 + z. \quad (9)$$

$$ef = \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot A \cdot d\alpha. \quad (10)$$

Введем вместо напряжений σ_1 , σ_2 , τ_{12} , τ_{21} , τ_{z1} , τ_{z2} , действующих на заштрихованную площадку каждой грани, статическим эквивалентные внутренние усилия и моменты, положительные направления которых показаны на рисунке 6. Усилия N_1 , S_{21} , Q_1 , N_2 , S_{12} , Q_2 , изображенные на рисунке 6-а и моменты M_1 , M_{12} , M_2 , M_{21} , показанные на рисунке 6-б, полностью характеризуют напряженное состояние оболочки, так как вычисление этих величин равносильно возможности определения всех указанных выше напряжений.

Указанные на этом рисунке внутренние усилия и моменты в произвольной оболочке являются компонентами так называемого полного моментного напряженного состояния.

Нормальное усилие N_1 на грани $\alpha = \text{const}$ отнесенное к единице длины сечения оболочки, определяется путем суммирования нормального напряжения σ_1 по площади грани $\alpha = \text{const}$

$$N_1 \cdot B \cdot d\beta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot B \cdot d\beta \cdot dz \quad (11)$$

или

$$N_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot dz. \quad (12)$$

Нормальное усилие на грани $\beta = \text{const}$, отнесенное к единице длины сечения оболочки, определяется путем суммирования нормального напряжения σ_2 по площади грани $\beta = \text{const}$

$$N_2 \cdot A \cdot d\alpha = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot A \cdot d\alpha \cdot dz \quad (13)$$

ИЛИ

$$N_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot dz. \quad (14)$$

Аналогично находим сдвигающие усилия, действующие соответственно на гранях $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$:

$$\begin{aligned} S_{21} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{21} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot dz; \\ S_{12} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{12} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot dz. \end{aligned} \quad (15)$$

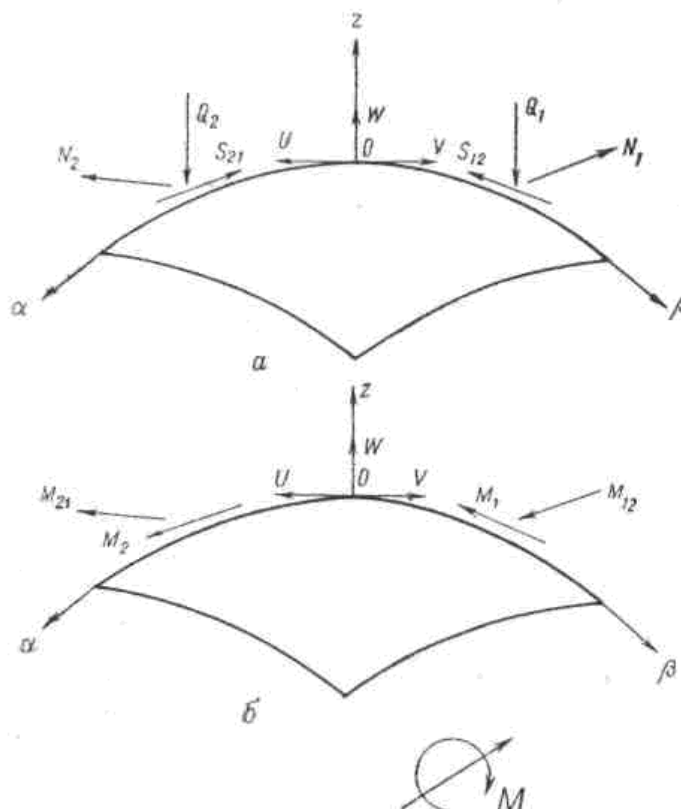


Рисунок 6 – Полное моментное напряженное состояние: а – усилия, б – моменты

Линейное распределение нормальных напряжений по высоте сечения оболочки, вытекающее из гипотезы о прямых нормалях (первой гипотезы Кирхгофа), дает возможность записать изгибающие моменты в форме:

$$\begin{aligned} M_{12} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{12} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot z \cdot dz; \\ M_{21} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{21} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot z \cdot dz. \end{aligned} \quad (16)$$

$$M_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot z \cdot dz;$$

$$M_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot z \cdot dz;$$

Поперечные силы получаются путем суммирования по высоте сечения соответствующих касательных напряжений:

$$Q_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{z1} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot dz;$$

$$Q_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{z2} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot dz.$$
(17)

Так как внутренние усилия и моменты отнесены к единице длины сечения оболочки, то размерность усилий будет кгс/см или тс/м, а размерность моментов кгс·см/см или тс·м/м.

В общем случае при $R_1 \neq R_2$ из закона парности касательных напряжений, когда $\tau_{12} = \tau_{21}$ согласно формулам (15) и (16), не следует равенство сдвигающих сил S_{12} , S_{21} и крутящих моментов M_{12} , M_{21} в сечениях $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$. В частном случае, при $R_1 = R_2$, т. е. для сферической поверхности, сдвигающие и крутящие моменты на двух взаимно перпендикулярных сечениях равны между собой ($S_{12} = S_{21}$, $M_{12} = M_{21}$).

Если учесть, однако, что для тонких оболочек $z \ll R_1$ и $z \ll R_2$, то величиной членов $\frac{z}{R_1}$ и $\frac{z}{R_2}$ по сравнению с единицей можно с достаточной точностью пренебречь. Тогда из формул (15) и (16) в общем случае следует:

$$S_{12} = S_{21} = S; \quad M_{12} = M_{21} = M. \quad (18)$$

Для определения десяти неизвестных внутренних усилий и моментов в общем случае должна быть составлена система из десяти уравнений.

Из рассмотрения условий равновесия элемента, вырезанного из оболочки нормальными сечениями $\alpha = \text{const}$, $\alpha + d\alpha = \text{const}$, $\beta = \text{const}$, $\beta + d\beta = \text{const}$,

можно получить только шесть уравнений. Следовательно, задача о равновесии элемента оболочки является статически неопределимой.

Остальные четыре дополнительных уравнения, так же как и в элементарной теории, статически неопределимой балки, можно составить из рассмотрения геометрических уравнений и соотношений упругости.

Геометрические уравнения связывают компоненты упругих перемещений и деформаций срединной поверхности оболочки, а соотношения упругости устанавливают зависимость внутренних усилий и моментов с деформациями срединной поверхности. Их подробный вывод представлен в работах [2, 3].

Уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha}(N_1 \cdot B) - N_2 \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(A \cdot S_{12}) + S_{21} \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} + Q_1 \cdot K_1 \cdot A \cdot B + A \cdot B \cdot \bar{X} &= 0; \\ \frac{d}{d\beta}(A \cdot N_2) - N_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(B \cdot S_{21}) + S_{12} \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} + Q_2 \cdot K_2 \cdot A \cdot B + A \cdot B \cdot \bar{Y} &= 0; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} -\left(\frac{1}{R_1} \cdot N_1 + \frac{1}{R_2} \cdot N_2\right) + \frac{1}{A \cdot B} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial \alpha}(B \cdot Q_1) + \frac{\partial}{\partial \beta}(A \cdot Q_2)\right] + \bar{Z} &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial \alpha}(M_{21} \cdot B) + M_{12} \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \beta}(A \cdot M_2) - M_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} - Q_2 \cdot A \cdot B &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial \beta}(M_{12} \cdot A) + M_{21} \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(B \cdot M_1) - M_2 \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} - Q_1 \cdot A \cdot B &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Для задач динамики компоненты нагрузки \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} включают инерционные силы.

Геометрические уравнения:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial U}{\partial \alpha} + \frac{V}{A \cdot B} \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{W}{R_1}; \\
 \varepsilon_2 &= \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial U}{\partial \beta} + \frac{U}{A \cdot B} \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{W}{R_2}; \\
 \gamma &= \frac{B}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{V}{B} \right) + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{U}{A} \right); \\
 \xi_1 &= -\frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \cdot \left(-\frac{U}{R_1} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial W}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{A \cdot B} \cdot \left(-\frac{V}{R_2} + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial W}{\partial \beta} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta}; \\
 \xi_2 &= -\frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial \beta} \cdot \left(-\frac{V}{R_2} + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial W}{\partial \beta} \right) - \frac{1}{A \cdot B} \cdot \left(-\frac{U}{R_1} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial W}{\partial \alpha} \right) \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha}; \\
 \chi &= \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{A}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{1}{B} \cdot \left(\frac{V}{R_2} - \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial W}{\partial \beta} \right) + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{U}{R_1} - \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial W}{\partial \alpha} \right) \right],
 \end{aligned} \tag{21}$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — относительные удлинения срединной поверхности соответственно в направлениях α и β ;

γ —сдвиг срединной поверхности (косинус угла между линиями α и β после деформации);

ξ_1 и ξ_2 — параметры, характеризующие изменение кривизны срединной поверхности соответственно в направлениях α и β ;

χ — параметр, характеризующий «кручение» срединной поверхности; под «кручением» понимают предел отношения угла взаимного закручивания двух противоположных сторон элемента срединной поверхности к расстоянию между ними при стремлении размеров элементов к нулю;

U, V — перемещения срединной поверхности оболочки, совпадающие с направлениями касательных соответственно к линиям α и β ;

W — перемещение срединной поверхности, совпадающее с направлением нормали к срединной поверхности.

Относительно уравнений (21) следует заметить, что они отвечают условиям малых перемещений $U \ll h, V \ll h, W \ll h$. В тех случаях, когда эти условия не выдержаны, необходимо учитывать нелинейные составляющие деформаций, рассматриваемые в рамках нелинейной теории оболочек [4].

Физические уравнения:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot (\varepsilon_1 + \nu \cdot \varepsilon_2); \\
 N_2 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot (\varepsilon_2 + \nu \cdot \varepsilon_1); \\
 S &= S_{12} = S_{21} = G \cdot h \cdot \gamma; \\
 M_1 &= D \cdot (\xi_1 + \nu \cdot \xi_2); \\
 M_2 &= D \cdot (\xi_2 + \nu \cdot \xi_1); \\
 M &= M_{12} = M_{21} = D \cdot (1 - \nu) \cdot \chi,
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

где

$$D = E \cdot \frac{h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad - \text{цилиндрическая жесткость, Н/м};$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad - \text{модуль сдвига, Па};$$

E – модуль упругости, Па;

ν – коэффициент Пуассона.

Таким образом, имеются пять уравнений равновесия (19), шесть зависимостей, связывающих деформации с перемещениями (21), и восемь соотношений закона Гука (22). Неизвестны три перемещения (U , V , W), четыре усилия в срединной поверхности (N_1 , S_{21} , N_2 , S_{12}), четыре момента (M_1 , M_{21} , M_2 , M_{12}), две поперечные силы (Q_2 , Q_1), три деформации в срединной поверхности (ε_1 , ε_2 , γ) и три параметра кривизны (ξ_1 , ξ_2 , χ). Перечисленным девятнадцать неизвестным соответствуют девятнадцать уравнений.

Решение системы уравнений (21)—(21) при заданных граничных условиях — задача значительной математической трудности, которая для ряда оболочек в общей постановке не решена до сих пор. Но для конкретных геометрических параметров оболочек и заданной нагрузки путем оправданных упрощений, отображающих действительную работу оболочки под нагрузкой, почти всегда удается построить более простые теории. В частности, анализ методов расчета упругих тонких оболочек на произвольную нагрузку применительно к конструкциям резервуаров и трубопроводов показывает, что, как и для

большинства других тонкостенных конструкций, общее напряженное состояние можно разделить на безмоментное и краевой эффект. Это означает, что для большей части поверхности оболочки, достаточно удаленной от краев (например, от верхнего и нижнего узла сопряжения цилиндрического резервуара), изгибающими, крутящими моментами и перерезывающими силами можно пренебречь, т. е. единственными компонентами напряженного состояния будут тангенциальные усилия (N , S), а компонентами перемещений — тангенциальные перемещения U , V . Моментное напряженное состояние возникает только вблизи краев. Расчет резервуаров и трубопроводов может быть построен следующим образом:

1. проводится расчет оболочки по безмоментной теории на заданную поверхностную нагрузку с удовлетворением тангенциальных граничных условий на ее краях;
2. строятся для каждого края оболочки независимо друг от друга простые краевые эффекты;
3. усилия, моменты и перемещения полного напряженного состояния получаются путем суммирования результатов расчета по безмоментной и моментной теории;
4. произвольные постоянные общего решения определяются из удовлетворения нетангенциальных граничных условий на краях оболочки.

1.3 Безмоментное напряженное состояние оболочек

При проектировании пространственных конструкций, в частности газонефтехранилищ и трубопроводов, всегда следует стремиться к тому, чтобы в оболочке этих сооружений отсутствовали изгибающие и крутящие моменты, приводящие к изгибным напряжениям, а напряженное состояние оболочек складывалось только от действия нормальных и сдвигающих усилий. От действия только нормальных и сдвигающих усилий напряжения в оболочке получаются значительно ниже, чем от действия крутящих и особенно изгибающих моментов, поэтому чисто изгибающий тип напряженного состояния

					Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

опасен и технически невыгоден для тонкостенных пространственных сооружений. Это объясняется тем, что внутренняя энергия деформации оболочки при изгибе значительно больше, чем при растяжении или сжатии. Это можно показать на простейшем примере из элементарной теории бруса. Если на свободном конце консольной балки приложить сосредоточенную силу сначала в направлении, перпендикулярном оси балки (изгиб,) а затем вдоль оси (сжатие или растяжение), то внутренняя энергия деформации балки при изгибе будет значительно больше, чем при сжатии или растяжении.

Предположим, что в сечениях $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$ оболочки действуют только сдвигающие S и нормальные N_1 и N_2 усилия, а поперечные силы, крутящие и изгибающие моменты отсутствуют, т.е.

$$M_1 = M_2 = Q_1 = Q_2 = M_{12} = M_{21} = 0. \quad (23)$$

Тогда напряженное состояние оболочки зависит только от действия нормальных и сдвигающих усилий и называется безмоментным.

К сожалению, прийти к безмоментному напряженному состоянию оболочки удастся не всегда, а только в тех случаях, когда соблюдаются следующие условия его существования:

- оболочка должна иметь плавно изменяющуюся непрерывную поверхность. Действительно, в зонах резкого изменения формы (перелом поверхности, скачкообразное изменение толщины оболочки) величина деформаций элементов оболочки различна, а это, в свою очередь, приводит к изгибу;
- нагрузка на оболочку должна быть плавной и непрерывной;
- условия закрепления краев оболочки должны иметь возможность свободно перемещаться в направлении нормали к срединной поверхности. Например, если не учитывать местные изгибные напряжения в стыках поясов стального вертикального цилиндрического резервуара с плавающей крышей вследствие скачкообразного изменения толщины стенки, то средняя часть его корпуса при действии эксплуатационной нагрузки будет находиться в безмоментном напряженном состоянии.

					Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

Нижняя кромка оболочки резервуара жестко сопряжена с окрайками днища, верхняя — с упругим кольцом жесткости, поэтому края оболочки не могут свободно смещаться в направлении нормали к срединной поверхности, что приводит к появлению в зонах, примыкающих к краям, изгибающих моментов и резкому увеличению величины напряжений;

- силы, приложенные к краям оболочки, должны лежать в плоскости, касательной к ее поверхности.

1.3.1 Основные уравнения безмоментной теории оболочек вращения с произвольной формой меридиана

Рассмотрим оболочку, срединная поверхность которой является поверхностью вращения. У такой оболочки линиями главной кривизны будут ее меридианы и параллели. Положение произвольной точки M на срединной поверхности оболочки вращения можно задать как в цилиндрической, так и в сферической системе координат. На рисунке 7-а показан элемент оболочки вращения в сферической системе координат (φ, θ) , где φ — угол, образованный пересечением нормали к срединной поверхности с осью симметрии оболочки;

θ — угол, определяющий положение точки на соответствующем параллельном круге.

Обозначим:

R_1 — радиус кривизны меридиана;

R_2 — радиус кривизны, равный длине отрезка нормали к срединной поверхности оболочки, замеренной от этой поверхности до оси вращения (радиус кривизны широты);

r — радиус параллельного круга, для произвольной формы меридиана $r=f(\varphi)$.

Ввиду симметрии оболочки вращения коэффициенты квадратичной формы A и B являются функциями лишь координаты φ и не зависят от θ .

					Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

Из рисунка 7-б для элемента дуги меридианов можно записать:

$$ad=ds_1=R_1d\varphi,$$

откуда согласно формуле (1.3) с учетом, что $d\alpha=d\varphi$, следует

$$A=R_1. \quad (24)$$

Соответственно элемент дуги параллельного круга будет равен

$$ab=ds_2=r d\theta,$$

но из рисунка 7,б можно установить, что

$$r=R_2 \cdot \sin\varphi, \quad (25)$$

поэтому

$$ab=ds_2=R_2 \cdot \sin\varphi \cdot d\theta,$$

и, следовательно, с учетом формулы (1.3) и $d\beta=d\theta$

$$B=R_2 \cdot \sin\varphi=r. \quad (26)$$

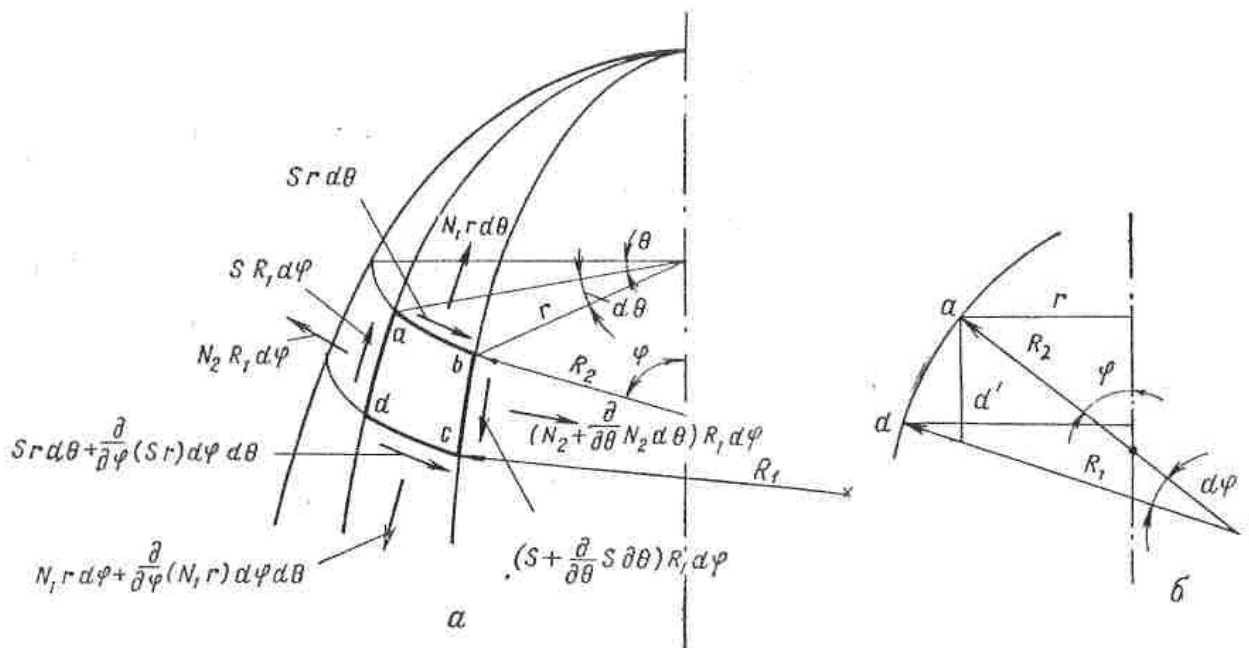


Рисунок 7 – Оболочка вращения с произвольной формой меридиана: а – элемент оболочки вращения, б – вид сверху

Если подставить условия (23) в уравнения (19) с учетом, что $A=R_1$, $B=r$, и заменить α на φ , β на θ , то уравнения равновесия в этом случае примут вид:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_1 \cdot r) - R_1 \cdot \frac{\partial S}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \alpha} (A \cdot S_{12}) - N_2 \cdot \frac{\partial r}{\partial \varphi} + r \cdot R_1 \cdot \bar{X} = 0; \\
& R_1 \cdot \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \cdot S) + S \cdot \frac{\partial r}{\partial \varphi} + r \cdot R_1 \cdot \bar{Y} = 0; \\
& \frac{1}{R_1} \cdot N_1 + \frac{1}{R_2} \cdot N_2 - \bar{Z} = 0.
\end{aligned}
\tag{27}$$

Но из рисунка 7-б следует, что

$$d'd = \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \approx ad \cdot \cos \varphi = R_1 \cdot d\varphi \cdot \cos \varphi,$$

поэтому

$$\frac{dr}{d\varphi} = R_1 \cos \varphi. \tag{28}$$

После подстановки (28) в (27) окончательно запишем уравнения равновесия элемента оболочки вращения в следующей форме:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_1 \cdot r) - R_1 \cdot \frac{\partial S}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \alpha} (A \cdot S_{12}) - N_2 \cdot R_1 \cos \varphi + r \cdot R_1 \cdot \bar{X} = 0; \\
& R_1 \cdot \frac{\partial N_2}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \cdot S) + S \cdot R_1 \cos \varphi + r \cdot R_1 \cdot \bar{Y} = 0; \\
& \frac{1}{R_1} \cdot N_1 + \frac{1}{R_2} \cdot N_2 - \bar{Z} = 0.
\end{aligned}
\tag{29}$$

Таким образом, имеем три уравнения относительно трех неизвестных усилий (S , N_1 , N_2), которые являются функциями обеих независимых переменных φ и θ .

Подставив аналогично условия (23) и $A=R_1$, $B=r$ с заменой α на φ и β на θ в уравнения (21) и (22), получим геометрические уравнения:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{1}{E \cdot h} (N_1 - \nu \cdot N_2) = \frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} + W \right); \\
\varepsilon_2 &= \frac{1}{E \cdot h} (N_2 - \nu \cdot N_1) = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} + U \cdot \cos \varphi \right) + \frac{1}{R_2} \cdot W; \\
\gamma &= \frac{1}{G \cdot h} \cdot S = \frac{r}{R_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{V}{r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial \theta}.
\end{aligned}
\tag{30}$$

1.3.2 Применение тригонометрических рядов к расчету оболочек вращения

Дифференциальные уравнения равновесия (29) и геометрические уравнения (30) безмоментной теории оболочек вращения содержат две независимые переменные φ и θ и записаны в частных производных, что значительно усложняет их интегрирование. Но так как оболочка вращения замкнута в окружном направлении, то компоненты поверхностной нагрузки $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ и все факторы напряженно-деформированного состояния оболочки можно представить в виде периодических функций угла θ (с периодом 2π). После подстановки этих функций дифференциальные уравнения в частных производных сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям относительно одной независимой переменной φ , решение которых значительно проще. В этом и заключается сущность метода разделения переменных, основанного на разложении величин как искомых, так и заданных в тригонометрические ряды по переменной θ .

Любую непрерывную нагрузку, действующую на оболочку вращения, функция которой вдоль меридиана непрерывна и монотонна, можно разложить в тригонометрические ряды (ряды Фурье) по переменной θ :

$$\begin{aligned}\bar{X}(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} x_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; \\ \bar{Y}(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} y_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; \\ \bar{Z}(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} z_n(\varphi) \cdot \cos n\theta,\end{aligned}\tag{31}$$

где $n=0, 1, 2, \dots, \infty$ – целое число, $x_n(\varphi), y_n(\varphi), z_n(\varphi)$ – функции распределения нагрузки по φ , не зависящие от θ , кгс/см².

Представление функций $\bar{X}(\varphi, \theta), \bar{Y}(\varphi, \theta), \bar{Z}(\varphi, \theta)$ тригонометрическим рядом называется гармоническим анализом.

Слагаемые тригонометрического ряда при разных значениях n обычно называют гармониками.

Необходимо отметить, что нагрузка, изменяющаяся по закону $\cos\theta$ или $\sin\theta$ (первая гармоника), отличается от других гармоник тем, что она не представляет самоуравновешенной системы сил.

В соответствии с периодическим характером нагрузки примем составляющие напряженно-деформированного состояния оболочки в следующей форме:

$$\begin{aligned} N_1(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} N_{1n}(\varphi) \cdot \cos n\theta; & N_2(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} N_{2n}(\varphi) \cdot \cos n\theta; \\ S(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} S_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; & U(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} U_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; \\ V(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} V_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; & W(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} W_n(\varphi) \cdot \cos n\theta, \end{aligned} \quad (32)$$

где $N_{1n}(\varphi), N_{2n}(\varphi), S_n(\varphi), U_n(\varphi), V_n(\varphi), W_n(\varphi)$ – функции одной независимой переменной φ .

После подстановки выражений (31) и (32) в (29) в (30) и дифференцирования по θ получим:

уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_{1n} \cdot r) - n \cdot R_1 \cdot S_n - N_{2n} \cdot R_1 \cos \varphi + r \cdot R_1 \cdot x_n &= 0; \\ -R_1 \cdot n \cdot N_{2n} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \cdot S_n) + S_n \cdot R_1 \cos \varphi + r \cdot R_1 \cdot y_n &= 0; \\ \frac{1}{R_1} \cdot N_{1n} + \frac{1}{R_2} \cdot N_{2n} - \bar{Z} &= 0. \end{aligned} \quad (33)$$

геометрические уравнения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E \cdot h} (N_{1n} - \nu \cdot N_{2n}) = \frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{\partial U_n}{\partial \varphi} + W_n \right); \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E \cdot h} (N_{2n} - \nu \cdot N_{1n}) = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\partial V_n}{\partial \theta} + U_n \cdot \cos \varphi \right) + \frac{1}{R_2} \cdot W_n; \\ \gamma &= \frac{1}{G \cdot h} \cdot S_n = \frac{r}{R_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{V_n}{r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_n}{\partial \theta}, \end{aligned} \quad (34)$$

где

$$r = R_2 \cdot \sin \varphi, \quad R_1 = f(\varphi).$$

Обыкновенные дифференциальные уравнения (33) и (34) описывают напряженно-деформированное состояние произвольной оболочки вращения для n -го члена разложения в тригонометрические ряды. Каждому слагаемому ряда (гармонике) соответствует некоторое напряженно-деформированное состояние оболочки вращения. В дальнейшем ограничимся расчетом оболочки на нагрузку, представленную одним членом ряда. Если же нагрузка задана несколькими членами ряда, то, применяя принцип наложения (суперпозиции), можно сложить решения нескольких задач, соответствующих нагрузке при разных значениях n , и получить общее решение.

1.3.3 Уравнения безмоментной теории цилиндрических оболочек

Уравнения (33) и (34) соответствуют безмоментному напряженно-деформированному состоянию оболочки вращения с произвольной формой меридиана. Но конструкции газонефтехранилищ и трубопроводов состоят в

основном из замкнутых оболочек более простой геометрической формы: цилиндрической, сферической и конической. Цилиндрические оболочки преобладают в качестве конструкций стенок резервуаров. Путем соответствующих геометрических преобразований составим для n -го члена разложения основные уравнения для замкнутых цилиндрических оболочек.

На рисунке 8 представлена круговая цилиндрическая оболочка в цилиндрической системе координат x и θ и показаны положительные направления усилий безмоментного напряженного состояния.

Линейный элемент поверхности равен:

$$ds^2 = dx^2 + R^2 d\theta^2,$$

Следовательно

$$\begin{aligned} A &= 1, \quad B = R = \text{const}; \\ R_1 &= \infty, \quad R_2 = r = R; \\ d\varphi &= \frac{dx}{R_1}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \tag{35}$$

					Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

С учетом этих геометрических упрощений основные уравнения (33) и (34) безмоментной теории для круговых цилиндрических оболочек запишутся:

Уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} R \cdot \frac{dN_{1n}}{dx} + n \cdot S_n + R \cdot x_n &= 0; \\ R \cdot \frac{dS_n}{dx} - n \cdot N_{2n} + R \cdot y_n &= 0; \\ N_{2n} - R \cdot z_n &= 0; \end{aligned} \quad (36)$$

Геометрические уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E \cdot h} (N_{1n} - \nu \cdot N_{2n}) &= \frac{dU_n}{dx}; \\ \frac{1}{E \cdot h} (N_{2n} - \nu \cdot N_{1n}) &= \frac{1}{R} \cdot (n \cdot V_n + W_n); \\ \frac{1}{G \cdot h} \cdot S_n &= \frac{dV_n}{dx} - \frac{n}{R} \cdot U_n. \end{aligned} \quad (37)$$

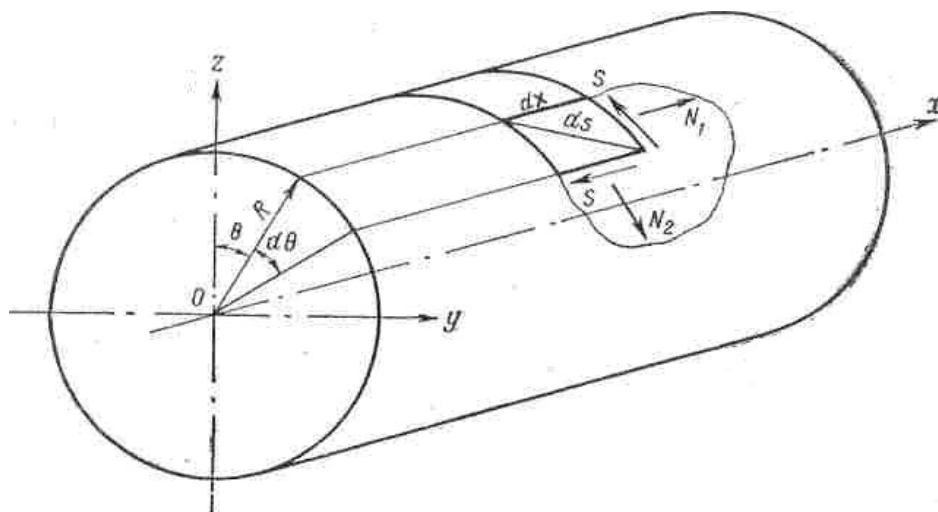


Рисунок 8– Круговая цилиндрическая оболочка в безмоментном напряженном состоянии

1.4 Моментное напряженное состояние оболочек при осесимметричном нагружении

1.4.1 Основные уравнения теории краевого эффекта оболочек вращения

Конструкции резервуаров и трубопроводов невозможно полностью рассчитать по безмоментной теории. Это объясняется тем, что в узких зонах, примыкающих к краям оболочки, ребрам жесткости, местам резкого изменения формы поверхности и т. д., условия безмоментного напряженного состояния нарушаются и возникает быстро затухающее моментное напряженное состояние — краевой эффект. При этом величина изгибных напряжений краевого эффекта значительно больше величины безмоментных напряжений и чем меньше толщина стенки оболочки, тем больше интенсивность изгибных напряжений и короче ширина зоны затухания краевого эффекта. Составим основные уравнения, описывающие моментное напряженное состояние оболочки вращения с произвольной формой меридиана при действии осесимметричной нагрузки (внутреннее давление, вакуум, гидростатическое давление столба жидкости и т. д.).

При действии осесимметричной нагрузки деформации оболочки будут также осесимметричны, поэтому все факторы напряженно-деформированного состояния

не зависят от угла θ и производные по θ равны нулю, а также отсутствуют сдвиг γ и «кручение» χ срединной поверхности оболочки

$$S_{12}=S_{21}=M_{21}=0. \quad (38)$$

Кроме того, отсутствуют тангенциальные перемещения в кольцевом направлении

$$V=0, \quad (39)$$

а так как M_2 не зависит от θ , а Q_2 есть производная по θ от M_2 , то и

$$Q_2=0. \quad (40)$$

Учитывая это и принимая во внимание, что в сферической системе координат

$$\alpha=\varphi, A=R_1, B=r=R_2 \cdot \sin \varphi, \frac{dr}{d\varphi}=R_1 \cdot \cos \varphi,$$

					Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

запишем в следующем виде уравнения равновесия (19):

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi}(N_1 \cdot R_2 \cdot \sin \varphi) - N_2 \cdot R_1 \cdot \cos \varphi + R_2 \cdot Q_1 \cdot \sin \varphi + R_2 \cdot R_1 \cdot \bar{X} \cdot \sin \varphi &= 0; \\ -N_1 \cdot R_2 \cdot \sin \varphi - N_2 \cdot R_1 \cdot \sin \varphi + \frac{d}{d\varphi}(R_2 \cdot Q_1 \cdot \sin \varphi) + R_2 \cdot R_1 \cdot \bar{Z} \cdot \sin \varphi &= 0; \\ \frac{d}{d\varphi}(R_2 \cdot M_1 \cdot \sin \varphi) - R_1 \cdot M_2 \cdot \cos \varphi - R_2 \cdot R_1 \cdot Q_1 \cdot \sin \varphi &= 0; \end{aligned} \quad (41)$$

Геометрические уравнения (21):

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{dU}{d\varphi} + W \right) = \frac{1}{E \cdot h} \cdot (N_1 - \nu \cdot N_2); \\ \varepsilon_2 &= \frac{U}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \frac{W}{R_2} = \frac{1}{E \cdot h} \cdot (N_2 - \nu \cdot N_1); \\ \chi_1 &= -\frac{1}{R_2} \cdot \frac{d}{d\varphi} \cdot \left(-\frac{U}{R_1} + \frac{1}{R_2} \cdot \frac{dW}{d\varphi} \right); \\ \chi_2 &= -\frac{\operatorname{ctg} \varphi}{R_2 \cdot R_1} \cdot \left(-U + \frac{dW}{d\varphi} \right); \\ \psi &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \operatorname{ctg} \varphi - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{d\varepsilon_2}{d\varphi}. \end{aligned} \quad (42)$$

где ψ — угол наклона касательной к меридиану оболочки.

Определив деформации оболочки вращения при осесимметричном нагружении, можно с помощью соотношений (22) записать физические уравнения:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{dU}{d\varphi} + W \right) + \nu \cdot \left(\frac{U}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \frac{W}{R_2} \right) \right); \\ N_2 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{U}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \frac{W}{R_2} + \frac{\nu}{R_1} \cdot \left(\frac{dU}{d\varphi} + W \right) \right); \end{aligned} \quad (43)$$

$$M_1 = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{1}{R_1} \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} + \nu \cdot \frac{\psi}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi \right);$$

$$M_2 = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{\psi}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \nu \cdot \frac{1}{R_1} \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} \right).$$

Таким образом, имеем систему из двенадцати уравнений (41)— (43) для определения двенадцати неизвестных: усилий и моментов (N_1, N_2, Q_1, M_1, M_2); деформаций ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \xi_1, \xi_2$), перемещений (U, W) и угла поворота ψ .

1.4.2 Краевой эффект в замкнутых цилиндрических оболочках

Рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку, изображенную на рисунке 9 в системе координат x, θ при осесимметричном нагружении. В цилиндрической системе координат

$$d\varphi = \frac{dx}{R_1}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad R_1 = \infty, \quad R_2 = r = R,$$

и поэтому уравнения равновесия (41), геометрические (42) и физические (43) уравнения оболочки вращения принимают вид:

уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dx} + \bar{X} &= 0; \\ \frac{dQ_1}{dx} - \frac{1}{R} \cdot N_2 + \bar{Z} &= 0; \\ \frac{dM_1}{dx} - Q_1 &= 0; \end{aligned} \tag{44}$$

геометрические уравнения

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 = \frac{dU}{dx} &= \frac{1}{E \cdot h} \cdot (N_1 - \nu \cdot N_2); \\ \varepsilon_2 = \frac{W}{R} &= \frac{1}{E \cdot h} \cdot (N_2 - \nu \cdot N_1); \\ \chi_1 &= -\frac{d^2 W}{dx^2}; \\ \chi_2 &= 0; \\ \psi &= -R \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dx} = -\frac{dW}{dx}; \end{aligned} \tag{45}$$

физические уравнения

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{dU}{dx} + \nu \cdot \frac{W}{R} \right); \\
 N_2 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{W}{R} + \nu \cdot \frac{dU}{dx} \right); \\
 M_1 &= \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{d\psi}{dx} = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{d^2 W}{dx^2}; \\
 M_2 &= \nu \cdot M_1.
 \end{aligned}
 \tag{46}$$

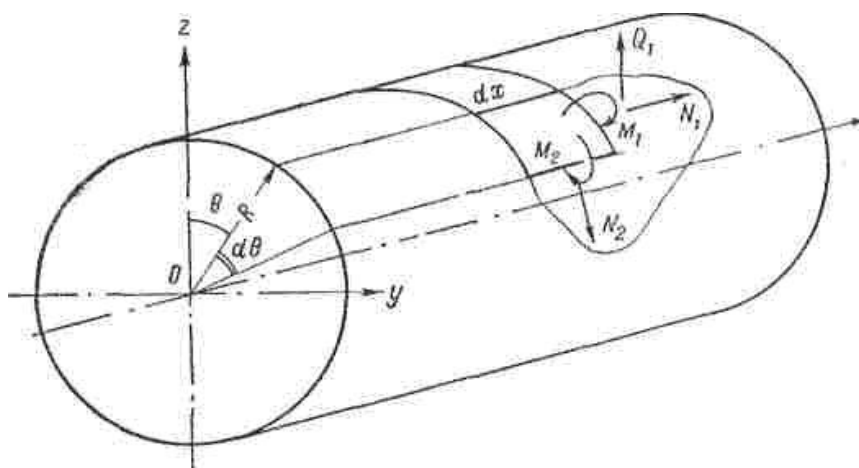


Рисунок 9 – Круговая цилиндрическая оболочка в условиях моментного напряженного состояния

Дифференцируя по x третье уравнение равновесия (44) и подставляя во второе $\frac{dQ_1}{dx} = \frac{d^2 M}{dx^2}$, получим

$$\frac{d^2 M}{dx^2} - \frac{1}{R} \cdot N_2 + \bar{Z} = 0.
 \tag{47}$$

Первое уравнение равновесия (1.42) интегрируется непосредственно:

$$N_1 = \int_0^x \bar{X} dx + C,
 \tag{48}$$

причем постоянная интегрирования C имеет простой механический смысл — это осевое усилие, действующее в сечении $x=0$. Если обозначить результирующую всех внешних сил, действующих вдоль оси Ox , через P_0 , то

$$C = \frac{P_0}{2 \cdot \pi \cdot R}, \quad (49)$$

При решении практических задач по расчету круговых цилиндрических оболочек обычно компонента поверхностной нагрузки $\bar{X}=0$, поэтому уравнение (48) с учетом (49) примет вид

$$N_1 = \frac{P_0}{2 \cdot \pi \cdot R}. \quad (50)$$

Если направление результирующей внешней нагрузки совпадает с положительным направлением оси Ox , то продольная сила N_1 — растягивающая, в противном случае — сжимающая и P_0 следует брать со знаком минус.

С помощью физических уравнений (46) исключим из уравнения (47) M_1 и N_2 . Тогда

$$-\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} - \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{W}{R} + \nu \cdot \frac{dU}{dx} \right) + \bar{Z} = 0. \quad (51)$$

Определим из первого физического уравнения (1.44) $\frac{dU}{dx}$

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{1 - \nu^2}{E \cdot h} \cdot N_1 - \nu \cdot \frac{W}{R}; \quad (52)$$

и после подстановки его значения в уравнение (1.49) с учетом (1.48) получим

$$\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} - \frac{E \cdot h}{R^2} \cdot W = \bar{Z} - \frac{\nu \cdot P_0}{2 \cdot \pi \cdot R^2}. \quad (53)$$

Это дифференциальное уравнение четвертого порядка линейное неоднородное с постоянными коэффициентами. Оно является уравнением нормального прогиба замкнутой цилиндрической оболочки и получено из общих уравнений (19)—(21) оболочек вращения с произвольной формой меридиана. Но это уравнение можно вывести непосредственно из условий равновесия бесконечно малого элемента, вырезанного двумя продольными и поперечными сечениями из цилиндрической оболочки, показанной на рисунке 10.

В этом случае кольцевое усилие на единицу высоты оболочки равно:

$$N_2 = \sigma_2 \cdot h \cdot 1 - \nu \cdot \sigma_1 \cdot h \cdot 1, \quad (54)$$

где σ_1 и σ_2 – соответственно кольцевое и продольное напряжения.

Но

$$\sigma_2 = E \cdot \varepsilon_2, \quad \sigma_1 = \frac{N_1}{1 \cdot h}, \quad (55)$$

поэтому

$$N_2 = E \cdot \varepsilon \cdot h - \nu \cdot N_1. \quad (56)$$

Относительная деформация оболочки в окружном направлении равна относительному удлинению ее радиуса срединной поверхности $\varepsilon_2 = \frac{W}{R}$, а продольное усилие N_1 уравнивается внешней нагрузкой, действующей вдоль оси Ox (49), поэтому

$$N_2 = E \cdot h \cdot \frac{W}{R} - \frac{\nu \cdot P_0}{2 \cdot \pi \cdot R}. \quad (57)$$

Из теории сопротивления материалов известна следующая дифференциальная зависимость между прогибом и изгибающим моментом:

$$M_1 = -E \cdot I \cdot \frac{d^2 W}{dx^2}, \quad Q_1 = \frac{dM_1}{dx} = -E \cdot I \cdot \frac{d^3 W}{dx^3}. \quad (58)$$

Если бы элементарные полоски, вырезанные вдоль образующей оболочки, изгибались независимо друг от друга, то жесткость в указанных зависимостях была бы справедлива и для цилиндрических оболочек. Но в действительности при симметричной деформации оболочки любому изменению формы поперечного сечения полоски препятствуют смежные полоски. Поэтому, чтобы учесть взаимное влияние элементарных полосок друг

на друга вместо жесткости $E \cdot I = E \cdot \frac{1 \cdot h^3}{12}$ необходимо ввести цилиндрическую

жесткость оболочки $D = E \cdot \frac{1 \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$, тогда:

$$M_1 = -D \cdot \frac{d^2 W}{dx^2}, \quad Q_1 = -D \cdot \frac{d^3 W}{dx^3}. \quad (59)$$

Спроектируем на направление радиуса все силы, действующие на бесконечно малый элемент $abcd$ оболочки, показанный на рисунке 10.

$$(Q_1 + dQ_1) \cdot ds - Q_1 \cdot ds - 2 \cdot N_2 \cdot dx \cdot \frac{d\theta}{2} + \bar{Z} \cdot dx \cdot ds = 0. \quad (60)$$

Если учесть, что $d\theta = \frac{ds}{R}$, то после сокращения каждого члена равенства на ds получим:

$$\frac{dQ_1}{dx} - \frac{1}{R} \cdot N_2 + \bar{Z} = 0. \quad (61)$$

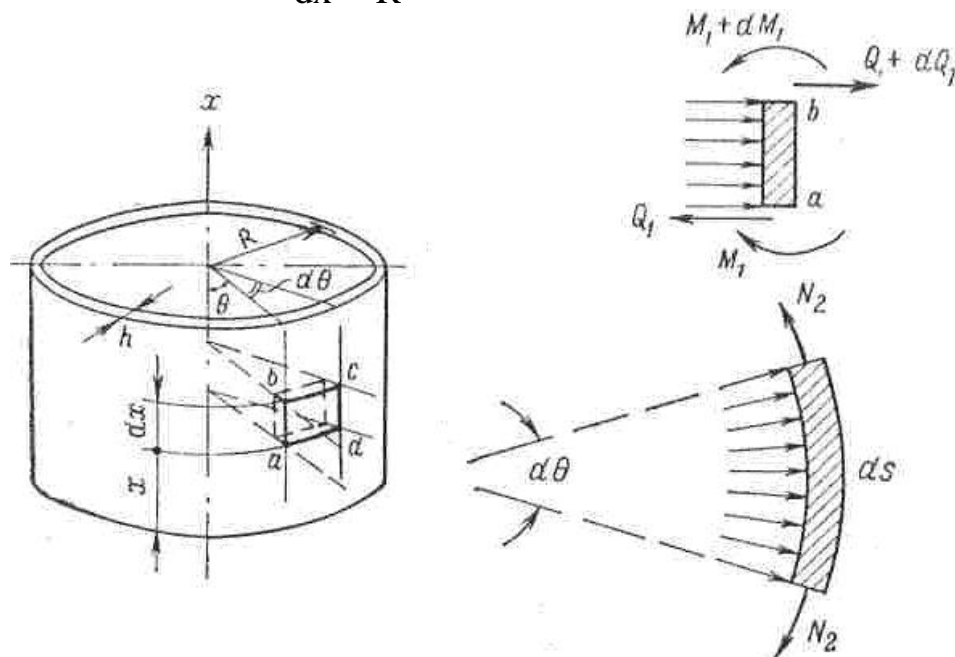


Рисунок 10 – Условие равновесия бесконечно малого элемента

Исключая из последнего равенства перерезывающее Q_1 и кольцевое N_2 усилия, получим дифференциальное уравнение прогиба замкнутой цилиндрической оболочки, аналогичное (53):

$$D \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} - \frac{E \cdot h}{R^2} \cdot W = \bar{Z} - \frac{\nu \cdot P_0}{2 \cdot \pi \cdot R^2}. \quad (62)$$

Таким образом, цилиндрическая оболочка при осесимметричном нагружении может рассматриваться как совокупность изгибающихся элементарных полосок, связанных между собой упругими силами.

Отсюда видно, что элементарная полоска оболочки при изгибе находится в тех же условиях, что и балка на сплошном упругом основании с коэффициентом постели $K = \frac{E \cdot h}{R^2}$. Покажем это. Уравнение прогиба стержня, нагруженного поперечной нагрузкой, согласно теории сопротивления материалов равно

$$E \cdot I \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} = q(x). \quad (63)$$

Так как балка лежит на упругом основании, то со стороны его на балку действуют реактивные силы, пропорциональные величине оседания грунта

$$q(x) = P(x) - K \cdot W(x), \quad (64)$$

где $P(x)$ — внешняя нагрузка на балку, отнесенная на единицу длины;

K — коэффициент постели основания (сопротивление грунта оседанию, когда оседание равно 1).

Таким образом, дифференциальное уравнение прогиба балки, лежащей на упругом основании, принимает вид

$$E \cdot I \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} + K \cdot W = P(x). \quad (65)$$

Если обозначить

$$E \cdot I = D, \quad K = \frac{E \cdot h}{R^2}, \quad P(x) = \bar{Z} - \frac{\nu \cdot P_0}{2 \cdot \pi \cdot R^2}, \quad (66)$$

то получится дифференциальное уравнение прогиба цилиндрической оболочки при осесимметричном загрузении, аналогичное (53).

Следовательно, при расчете замкнутых цилиндрических оболочек на осесимметричную нагрузку можно использовать хорошо исследованный аппарат теории расчета балок на сплошном упругом основании [5].

Общее решение дифференциального уравнения (53) состоит из двух частей: из решения $W^{(кр)}$ однородного уравнения, когда нагрузка на оболочку равна нулю, и частного решения $W^{(б)}$:

$$W=W^{(кр)}+W^{(б)}. \quad (67)$$

В качестве частного решения может быть принят прогиб, оболочки, полученный при решении задачи по безмоментной теории. $W^{(кр)}$ определим из решения однородного уравнения, приняв в (53) $\bar{Z}=P_0=0$

$$\frac{d^4 W^{(кр)}}{dx^4} + \frac{E \cdot h}{D \cdot R^2} \cdot W^{(кр)} = 0. \quad (68)$$

Если обозначить

$$\frac{E \cdot h}{4 \cdot D \cdot R^2} = \frac{3 \cdot (1 - \nu^2)}{R^2 \cdot h^2} = \beta^4, \quad (69)$$

то уравнение (1.52) запишется в виде

$$\frac{d^4 W^{(кр)}}{dx^4} + 4 \cdot \beta^4 \cdot W^{(кр)} = 0. \quad (70)$$

Решение уравнения (1.54) ищем в форме:

$$W^{(кр)} = e^{t \cdot x}. \quad (71)$$

Подставляя (71) в (70), получим следующее характеристическое уравнение для определения t

$$t^4 + 4 \cdot \beta^4 = 0. \quad (72)$$

Корни характеристического уравнения (72) равны:

$$\begin{aligned} t_{1,2} &= (1 \pm i) \cdot \beta; \\ t_{3,4} &= -(1 \pm i) \cdot \beta. \end{aligned} \quad (73)$$

Так как корни характеристического уравнения комплексные, то решение (71) запишется как

$$W^{(кр)} = e^{\beta \cdot x} \cdot (A e^{i \beta \cdot x} + B \cdot e^{-i \beta \cdot x}) + e^{-\beta \cdot x} (C \cdot e^{i \beta \cdot x} + D \cdot e^{-i \beta \cdot x}). \quad (74)$$

Но

$$e^{i \cdot x} = \cos x + i \cdot \sin x, \quad e^{-i \cdot x} = \cos x - i \cdot \sin x, \quad (75)$$

$$A \cdot e^{i\beta \cdot x} + B \cdot e^{-i\beta \cdot x} = \frac{A+B}{2} \cdot (e^{i\beta \cdot x} + e^{-i\beta \cdot x}) + \frac{A-B}{2} \cdot (e^{i\beta \cdot x} - e^{-i\beta \cdot x}) = \\ = \frac{A+B}{2} \cdot 2 \cdot \cos \beta x + \frac{A-B}{2} \cdot 2 \cdot i \cdot \sin \beta x.$$

Обозначим $A+B=D_1$, $i \cdot (A-B)=D_2$.

Преобразовав таким же образом вторую скобку выражения (74) и обозначив $C+D=D_3$, $i \cdot (C-D)=D_4$,

$$W^{(кр)} = e^{\beta \cdot x} \cdot (D_1 \cdot \cos \beta x + D_2 \cdot \sin \beta x) + e^{-\beta \cdot x} (D_3 \cdot \cos \beta x + D_4 \cdot \sin \beta x). \quad (76)$$

Таким образом, получен интеграл однородного уравнения (70), характеризующий прогиб быстро затухающего моментного напряженного состояния цилиндрической оболочки (краевого эффекта).

Нормальный прогиб оболочки при краевом эффекте представляет собой по форме две пары быстро затухающих колебаний.

Первая пара, содержащая множитель $e^{\beta \cdot x}$, быстро затухает по мере удаления от края $x=H$. Вторая пара, содержащая множитель $e^{-\beta \cdot x}$, быстро затухает по мере удаления от края $x=0$. Из рисунка 11 можно определить ширину зоны затухания краевого эффекта Z или длину полуволны затухающих функций

$$\sin \beta l = \sin \pi,$$

поэтому

$$L = \frac{\pi}{\beta} \approx 2,44 \cdot \sqrt{R \cdot h}. \quad (77)$$

Обычно, в конструкциях резервуаров и трубопроводов ширина зоны затухания краевого эффекта оболочки значительно меньше длины оболочки H .

При $L < H$ обе части выражения для прогиба, содержащие множители $e^{\beta \cdot x}$ и $e^{-\beta \cdot x}$ не зависят друг от друга. Первая часть, содержащая множитель $e^{\beta \cdot x}$, описывает напряженно-деформированное состояние оболочки у края $x \leq H$, вторая, содержащая множитель $e^{-\beta \cdot x}$, – у края $x=0$. Используя это, будем рассматривать напряженное состояние оболочки у одного какого-либо края независимо от другого.

Для нижнего края оболочки выражение прогиба (76) запишется как:

					Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

$$W_H^{(кр)} = e^{-\beta \cdot x} (D_3 \cdot \cos \beta x + D_4 \cdot \sin \beta x); \quad (78)$$

для верхнего –

$$W_B^{(кр)} = e^{\beta \cdot x} \cdot (D_1 \cdot \cos \beta (x - H) + D_2 \cdot \sin \beta (x - H)). \quad (79)$$

Таким образом, получено решение однородного уравнения (68) для края цилиндрической оболочки независимо друг от друга. Соответственно этому общее решение (67) также следует записывать отдельно для каждого края оболочки:

$$W_H^{(кр)} = e^{-\beta \cdot x} (D_3 \cdot \cos \beta x + D_4 \cdot \sin \beta x) + W^{(б)}; \quad (80)$$

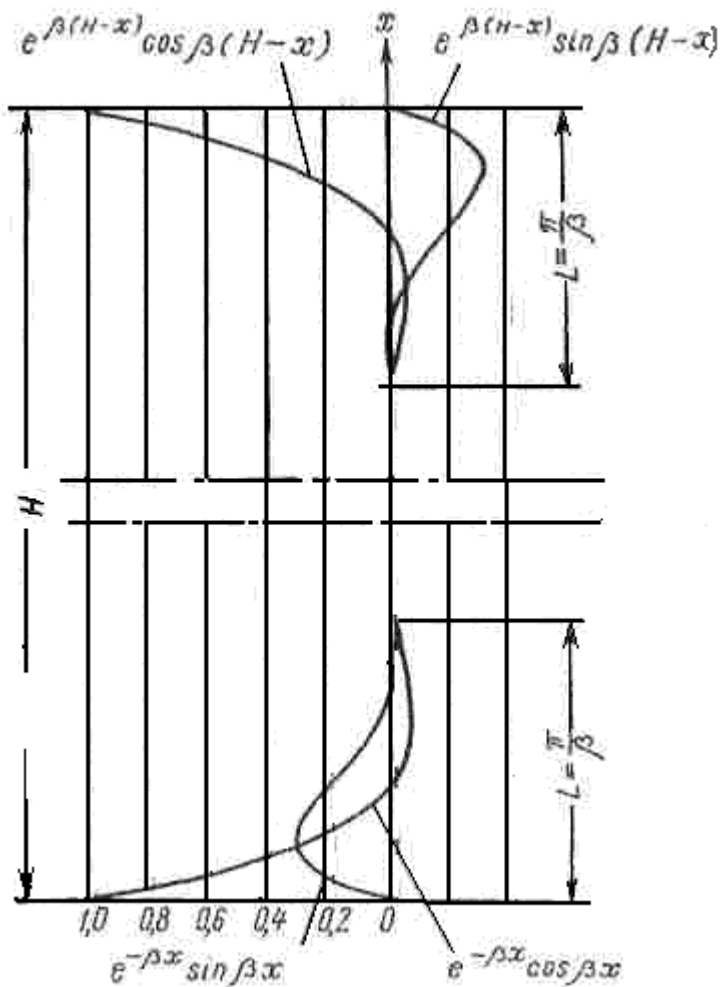


Рисунок 11 – Краевой эффект в форме двух пар затухающих колебаний

$$W_B^{(кр)} = e^{\beta \cdot x} \cdot (D_1 \cdot \cos \beta (x - H) + D_2 \cdot \sin \beta (x - H)) + W^{(б)}. \quad (81)$$

Следовательно, на каждом краю длинной цилиндрической оболочки следует определить лишь две произвольные постоянные независимо друг от друга. При практических расчетах цилиндрических оболочек определение

произвольных постоянных существенно упрощается, если применять метод начальных параметров.

Предположим, что внешняя нагрузка $\bar{Z}=P_0=0$ и, следовательно, $W^{(6)}=0$, $W=W^{(кр)}$, а на одном из краев оболочки, например при $x=0$, действует равномерно распределенный момент M_0 и перерезывающее усилие Q_0 , изображенные на рисунке 12 тогда при $x=0$ соблюдаются условия:

$$\begin{aligned} M_{1H}^{(кр)}(x=0) &= M_0; \\ Q_{1H}^{(кр)}(x=0) &= Q_0, \end{aligned} \quad (82)$$

но

$$\begin{aligned} M_{1H}^{(кр)} &= -D \cdot \frac{d^2 W}{dx^2}; \\ Q_{1H}^{(кр)} &= -D \cdot \frac{d^3 W}{dx^3}, \end{aligned} \quad (83)$$

Поэтому нужно трижды продифференцировать выражение прогиба (80) для нижнего края оболочки:

$$\begin{aligned} \frac{dW_H^{(кр)}}{dx} &= \beta \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot [(-D_3 + D_4) \cdot \cos \beta x - (D_3 + D_4) \cdot \sin \beta x]; \\ \frac{d^2 W_H^{(кр)}}{dx^2} &= 2 \cdot \beta^2 \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot (D_3 \cdot \sin \beta x - D_4 \cdot \cos \beta x); \\ \frac{d^3 W_H^{(кр)}}{dx^3} &= 2 \cdot \beta^3 \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot [(D_3 + D_4) \cdot \cos \beta x + (-D_3 + D_4) \cdot \sin \beta x]. \end{aligned} \quad (84)$$

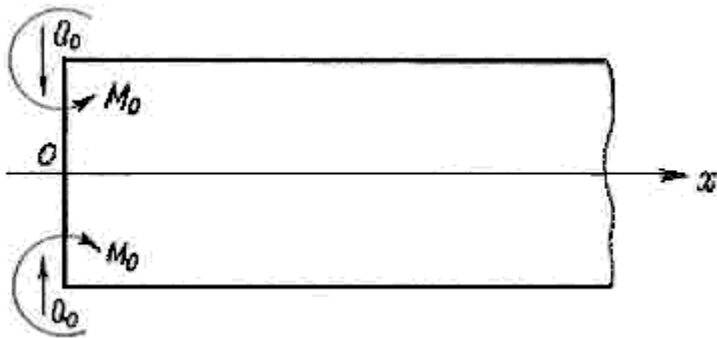


Рисунок 12 – Применение метода начальных параметров

Тогда

$$\begin{aligned} M_{1H}^{(кр)} &= -2 \cdot \beta^2 \cdot D \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot (D_3 \cdot \sin \beta x - D_4 \cdot \cos \beta x); \\ Q_{1H}^{(кр)} &= -2 \cdot \beta^3 \cdot D \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot [(D_3 + D_4) \cdot \cos \beta x + (-D_3 + D_4) \cdot \sin \beta x]. \end{aligned} \quad (85)$$

Раскрывая условия (82) и (83) с помощью уравнений (85) при $x=0$, получим:

$$\begin{aligned} D_3 &= -\frac{1}{2 \cdot \beta^3 \cdot D} \cdot (Q_0 + \beta \cdot M_0); \\ D_4 &= \frac{M_0}{2 \cdot \beta^2 \cdot D}. \end{aligned} \quad (86)$$

Подставив полученные значения коэффициентов в выражения (80) и (84), найдем:

$$\begin{aligned} W_H^{(кр)} &= \frac{e^{-\beta \cdot x}}{2 \cdot \beta^3 \cdot D} \cdot [\beta \cdot M_0 \cdot (\sin \beta x - \cos \beta x) - Q_0 \cdot \cos \beta x]; \\ \frac{dW_H^{(кр)}}{dx} &= \frac{e^{-\beta \cdot x}}{2 \cdot \beta^2 \cdot D} \cdot [2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \cos \beta x + Q_0 \cdot (\cos \beta x + \sin \beta x)]; \\ M_{1H}^{(кр)} &= \frac{e^{-\beta \cdot x}}{\beta} \cdot [Q_0 \cdot \sin \beta x + \beta \cdot M_0 \cdot (\cos \beta x + \sin \beta x)]; \\ Q_{1H}^{(кр)} &= e^{-\beta \cdot x} \cdot [Q_0 \cdot (\cos \beta x - \sin \beta x) - 2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \sin \beta x]. \end{aligned} \quad (87)$$

При $x=0$, т.е. на загруженном конце, из (87) следует, что

$$\begin{aligned} W_H^{(кр)}(x=0) &= -\frac{1}{2 \cdot \beta^3 \cdot D} \cdot [\beta \cdot M_0 + Q_0]; \\ \frac{dW_H^{(кр)}}{dx}(x=0) &= \frac{1}{2 \cdot \beta^2 \cdot D} \cdot [2 \cdot \beta \cdot M_0 + Q_0]; \\ M_{1H}^{(кр)}(x=0) &= M_0; \\ Q_{1H}^{(кр)}(x=0) &= Q_0. \end{aligned} \quad (88)$$

Знак минус (–) в выражение для прогиба указывает на то, что под действием момента M_0 и усилия Q_0 кромка цилиндрической оболочки прогнется внутрь, т.е. в сторону отрицательного направления нормального перемещения W_H .

Обозначив

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= e^{-\beta \cdot x} \cdot (\cos \beta x + \sin \beta x); \\ \Phi_2 &= e^{-\beta \cdot x} \cdot (\cos \beta x - \sin \beta x); \\ \Phi_3 &= e^{-\beta \cdot x} \cdot \cos \beta x; \\ \Phi_4 &= e^{-\beta \cdot x} \cdot \sin \beta x, \end{aligned} \quad (89)$$

И приняв во внимание, что между функциями Φ_1 – Φ_4 существуют дифференциальные зависимости:

$$\Phi'_1 = -2 \cdot \beta \cdot \Phi_4, \quad \Phi'_2 = -2 \cdot \beta \cdot \Phi_3, \quad \Phi'_3 = -\beta \cdot \Phi_1; \quad \Phi'_4 = \beta \cdot \Phi_2, \quad (90)$$

Запишем выражения (87) в следующем окончательном виде:

$$W_H^{(кр)} = -\frac{1}{2 \cdot \beta^3 \cdot D} \cdot [\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_2 + Q_0 \cdot \Phi_3] = -\frac{2 \cdot \beta}{K} \cdot [\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_2 + Q_0 \cdot \Phi_3];$$

$$\frac{dW_H^{(кр)}}{dx} = \frac{1}{2 \cdot \beta^2 \cdot D} \cdot [2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_3 + Q_0 \cdot \Phi_1] = \frac{2 \cdot \beta^2}{K} \cdot [2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_3 + Q_0 \cdot \Phi_1]; \quad (91)$$

$$M_{1H}^{(кр)} = M_0 \cdot \Phi_1 + \frac{Q_0}{\beta} \cdot \Phi_4;$$

$$Q_{1H}^{(кр)} = -2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_4 + Q_0 \cdot \Phi_4.$$

Следовательно,

$$N_{2H}^{(кр)} = \frac{E \cdot h \cdot W_H^{(кр)}}{R} = -2 \cdot \beta \cdot R (\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_2 + Q_0 \cdot \Phi_3); \quad (92)$$

$$M_{2H}^{(кр)} = \nu \cdot M_{1H}^{(кр)}.$$

Таким образом, соотношения (91), определяющие краевой эффект у края $x \geq 0$ круговой цилиндрической оболочки, выражены через начальные параметры M_0 и Q_0 .

Аналогично записываются выражения для усилий, моментов и перемещений моментного напряженного состояния цилиндрической оболочки у края $x \leq H$:

$$W_B^{(кр)} = \frac{2 \cdot \beta}{K} \cdot [-\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_1^* + Q_0 \cdot \Phi_3^*];$$

$$\frac{dW_B^{(кр)}}{dx} = \frac{2 \cdot \beta^2}{K} \cdot [-2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_3^* + Q_0 \cdot \Phi_2^*]; \quad (93)$$

$$M_{1B}^{(кр)} = M_0 \cdot \Phi_2^* + \frac{Q_0}{\beta} \cdot \Phi_4^*;$$

$$Q_{1B}^{(кр)} = -2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_4^* + Q_0 \cdot \Phi_1^*;$$

$$N_{2B}^{(кр)} = 2 \cdot \beta \cdot R (-\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_1^* + Q_0 \cdot \Phi_3^*);$$

$$M_{2B}^{(кр)} = \nu \cdot M_{1B}^{(кр)},$$

где

$$\begin{aligned}\Phi_1^* &= e^{-\beta \cdot (x-H)} \cdot (\cos \beta(x-H) + \sin \beta(x-H)); \\ \Phi_2^* &= e^{-\beta \cdot (x-H)} \cdot (\cos \beta(x-H) - \sin \beta(x-H)); \\ \Phi_3^* &= e^{-\beta \cdot (x-H)} \cdot \cos \beta(x-H); \\ \Phi_4^* &= e^{-\beta \cdot (x-H)} \cdot \sin \beta(x-H).\end{aligned}\tag{94}$$

между функциями $\Phi_1^* - \Phi_4^*$ существуют дифференциальные зависимости:

$$\Phi_1^{*'} = 2 \cdot \beta \cdot \Phi_3^*, \quad \Phi_2^{*'} = -2 \cdot \beta \cdot \Phi_4^*, \quad \Phi_3^{*'} = -\beta \cdot \Phi_2^*, \quad \Phi_4^{*'} = \beta \cdot \Phi_1^*.\tag{95}$$

1.5 Граничные условия при расчете оболочек резервуаров и трубопроводов

С помощью статических (19), геометрических (21) и физических (22) уравнений невозможно полностью рассчитать напряженно-деформированное состояние оболочки до тех пор, пока они не подчинены граничным условиям на краях $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$.

Если оболочка замкнута и не имеет границ, то граничные условия заменяются условиями периодичности. В этом случае на решение статических и физических уравнений накладываются следующие условия: перемещения при обходе замкнутого контура оболочки вдоль координатных линий в заданной точке ее срединной поверхности должны быть периодическими функциями α и β и однозначны.

Срединная поверхность вертикальных цилиндрических резервуаров и трубопроводов замкнута в направлении координаты β и не замкнута в направлении координаты α . Поэтому для координаты β будет иметь место условие периодичности, а для координаты α — граничные условия.

В теории упругих тонких оболочек доказано [2], что если края оболочки совпадают с линиями главных кривизн (это почти всегда имеет место на практике), то на каждом краю оболочки $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$ в общем случае должно быть четыре граничных условия, являющихся линейными комбинациями следующих четырех величин:

На краю $\beta = \text{const}$

					Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

$$N_2, \bar{Q}_2 = Q_2 + \frac{1}{A} \frac{\partial M_{21}}{\partial \alpha}, \bar{S}_2 = S_{21} + \frac{1}{A} \frac{M_{21}}{R_1}, M_2; \quad (96)$$

на краю $\alpha = \text{const}$

$$N_1, \bar{Q}_1 = Q_2 + \frac{1}{B} \frac{\partial M_{12}}{\partial \beta}, \bar{S}_{21} = S_{12} + \frac{1}{A} \frac{M_{12}}{R_2}, M_1; \quad (97)$$

где $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \bar{S}_{12}, \bar{S}_{21}$ – соответственно обобщенные перерезывающие и сдвигающие усилия.

Разумеется, необязательно, чтобы граничные условия были выражены именно через представленные четыре величины на каждом краю оболочки. Усилия и моменты могут быть заданы косвенно, через перемещения или углы поворота.

Рассмотрим наиболее распространенные варианты граничных условий при расчете трубопроводов и резервуаров, на краю $\alpha = \text{const}$.

Свободный край:

$$N_1 = 0, \bar{Q}_1 = Q_2 + \frac{1}{B} \frac{\partial M_{12}}{\partial \beta} = 0, \bar{S}_{21} = S_{12} + \frac{1}{A} \frac{M_{12}}{R_2} = 0, M_1 = 0; \quad (98)$$

Шарнирно опертый неподвижный край:

$$V = U = W = 0, M_1 = 0; \quad (99)$$

Свободное опирание:

$$V = U = 0, M_1 = 0, N_1 = 0; \quad (100)$$

Абсолютно заделанный край:

$$V = U = W = 0, \psi = -\frac{1}{A} \frac{\partial W}{\partial \alpha} + \frac{V}{R_1} = 0, \quad (101)$$

где ψ – угол поворота края оболочки.

В чистом виде ни одно из этих условий на практике не встречается.

Однако в большинстве случаев реальные граничные условия могут с определенной точностью быть аппроксимированы ими. Например, стенку цилиндрического резервуара большой емкости можно считать абсолютно заделанной по нижнему краю, аналогичное закрепление может быть принято для верхней кромки стенки резервуара со щитовой кровлей.

Оболочки в инженерных сооружениях очень часто сопрягаются с упругими элементами (кольцами жесткости, диафрагмами, оболочками другой формы и различной толщиной стенки и т. д.), жесткости которых соизмеримы с жесткостью края оболочки.

В этом случае составление граничных условий в значительной степени усложняется, так как необходимо, чтобы в каждой точке края оболочки обобщенные перемещения были равны соответствующим обобщенным перемещениям упругого элемента и чтобы приведенные краевые усилия и моменты оболочки были равны соответствующим нагрузкам, действующим на упругий элемент. Число независимых граничных условий в этом случае также должно быть равно четырем.

					<p>Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров</p>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

2 Расчет резервуарных конструкций на прочность

Вертикальные цилиндрические резервуары состоят из следующих основных элементов: днища, корпуса и покрытия. Покрытие опирается либо на центральную стойку и корпус, либо только на корпус. В зависимости от конструкции покрытия цилиндрические резервуары подразделяются на резервуары с жестким покрытием, плавающей крышей и безмоментной кровлей. Таким образом, конструкция кровли предопределяет тип резервуара и вместе с тем расчетную схему узла сопряжения корпуса с кровлей.

Рассмотрим предварительно безмоментное напряженное состояние и краевые эффекты вертикального цилиндрического резервуара от действия основных эксплуатационных нагрузок: внутреннего давления и веса покрытия с учетом вакуума, снеговой и ветровой нагрузок. Полные напряжения определим суммированием соответствующих напряженных состояний.

2.1 Безмоментное напряженное состояние вертикального цилиндрического резервуара

Основными нагрузками, определяющими безмоментное состояние корпуса, являются внутреннее давление продукта, вес кровли и корпуса. Для резервуаров с плавающей крышей единственной нагрузкой, действующей в направлении оси резервуара, является вес корпуса.

Дифференциальная система (29), определяющая в безмоментной теории усилия, имеет второй порядок.

Соответственно второй порядок имеет и система (30), определяющая перемещения. Однако входящие в левые части уравнений (30) усилия сами являются решениями системы второго порядка, поэтому перемещения в безмоментной теории подчиняются дифференциальной системе четвертого

					Исследование напряженно-деформированного состояния резервуара вертикального стального с плавающей крышей типа РВСПК-50000 м³ при его эксплуатации в специализированном морском нефтяном порту							
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат	Расчет резервуарных конструкций на прочность					Лит.	Лист	Листов
Разраб.	Бородай											
Руковод.	Саруев Л.А.											
Консульт.												
Зав. Каф.	Рудаченко											
					НИ ТПУ г.р.2БМ4Б							

порядка, которую можно получить, если подставить в уравнения (29) усилия N_1, N_2, S , выраженные с помощью уравнений (29) через перемещения.

Важно отметить, что для перемещений в безмоментной теории получаются дифференциальные уравнения вдвое более низкого порядка, чем в общей (моментной) теории оболочек, следовательно, и число граничных условий в безмоментной теории на каждом краю оболочки будет вдвое меньше, чем в моментной.

Таким образом, на каждом краю оболочки при безмоментной теории может быть задано лишь два условия, составленных из тангенциальных усилий N_1 и S и перемещений U и V .

При упругом сопряжении края оболочки с кольцом жесткости или с оболочкой, имеющей другие геометрические или упругие параметры, два граничных условия при безмоментной решении должны состоять также только из тангенциальных усилий и перемещений.

Предположим, что в процессе эксплуатации резервуара со стационарным покрытием на цилиндрическую оболочку корпуса оказывают осесимметричное воздействие следующие нагрузки: в радиальном направлении (вдоль оси Oz) гидростатическое давление столба хранимой жидкости P и избыточное давление газа в газовом пространстве p , а в продольном направлении (вдоль оси Ox) — собственный вес корпуса — $\frac{1}{2} \cdot Q_k$ и покрытия Q_n , снеговая нагрузка $q_{св}$ и избыточное давление газа p .

Нагрузки, действующие в продольном направлении оболочки корпуса, уравниваются постоянным по высоте резервуара продольным усилием, которое определяется по формуле (50):

$$N_1^{(6)} = - \frac{Q_n + 0,5 \cdot Q_k \cdot (q_{св} - p) \cdot F}{2 \cdot \pi \cdot R}, \quad (102)$$

где $F = \pi \cdot R^2$ — площадь поперечного сечения корпуса резервуара в свету.

Так как компоненты поверхностной нагрузки:

$$x_{II} = y_{II} = 0, z = p + P = p + \gamma \cdot (H - x), \quad (103)$$

где γ — удельный вес хранимой жидкости;

					Расчет резервуарных конструкций на прочность	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

H — высота цилиндрического корпуса резервуара.

Нагрузка, действующая в радиальном направлении, согласно формуле (36) будет уравновешена кольцевым усилием:

$$N_2^{(6)} = R \cdot z = R \cdot (p + \gamma \cdot (H - x)). \quad (104)$$

Тогда из первого геометрического уравнения (1.29) получим

$$\begin{aligned} U^{(6)} &= \frac{1}{E \cdot h} \int (N_1^{(6)} - \nu N_2^{(6)}) dx + C^{(6)} = \\ &= -\frac{x}{E \cdot h} \left[\frac{Q_{\Pi} + 0,5 \cdot Q_K + (q_{сн} - p) \cdot F}{2 \cdot \pi \cdot R} + \nu \cdot R \cdot \gamma \cdot \left(H - \frac{x}{2} \right) + p \cdot R \cdot \nu \right] + C^{(6)}. \end{aligned}$$

Произвольную постоянную $C^{(6)}$ определим из граничного условия в опорном сечении резервуара при $x=0$:

$$U^{(6)}=0 \text{ и } C^{(6)}=0,$$

Поэтому

$$U^{(6)} = -\frac{x \cdot R}{2 \cdot E \cdot h} \left[\frac{Q_{\Pi} + 0,5 \cdot Q_K}{F} + q_{сн} + (2 \cdot \nu - 1) \cdot p + \gamma \cdot \nu \cdot (2 \cdot H - x) \right]. \quad (105)$$

Максимальное перемещение верхней кромки оболочки при $x=H$ равно

$$U_{\max}^{(6)} = -\frac{H \cdot R}{2 \cdot E \cdot h} \left[\frac{Q_{\Pi} + 0,5 \cdot Q_K}{F} + q_{сн} + (2 \cdot \nu - 1) \cdot p + \gamma \cdot \nu \cdot H \right]. \quad (106)$$

Знак минус (—) в формуле (106) указывает на то, что верхний край оболочки корпуса резервуара при действии нагрузки смещается вниз.

Из второго геометрического уравнения (37) определим выражение для нормального прогиба оболочки:

$$\begin{aligned} W^{(6)} &= \frac{R}{E \cdot h} \cdot (N_2 - \nu \cdot N_1) = \frac{R^2}{2 \cdot E \cdot h} \cdot (2 \cdot \gamma \cdot (H - x) + (2 - \nu) \cdot p + \\ &+ \nu \cdot q_{сн} + \frac{\nu \cdot (Q_{\Pi} + 0,5 \cdot Q_K)}{\pi \cdot R^2}). \end{aligned} \quad (107)$$

Так как нормальный прогиб оболочки резервуара при безмоментной решении меняется по линейному закону, стенка резервуара при деформации останется прямолинейной и повернется на угол:

$$\frac{dW^{(6)}}{dx} = -\frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot h}. \quad (108)$$

В действительности нижняя кромка корпуса резервуара жестко приварена к окрайкам днища, а верхняя жестко сопряжена со стационарным покрытием, так что края оболочки не могут свободно смещаться в радиальном направлении и одно из условий существования безмоментного напряженного состояния нарушается.

Поэтому в узких зонах, примыкающих к краям оболочки, неизбежно возникнут дополнительные осесимметричные краевые моменты M и перерезывающие усилия Q , которые существенно повлияют на перераспределение усилий безмоментного состояния.

Максимальное радиальное перемещение оболочки корпуса при безмоментном решении имеет место при $x=0$:

$$W_{\max}^{(6)} = \frac{R^2}{E \cdot h} \cdot \left(2 \cdot \gamma \cdot H + (2 - \nu) \cdot p + \gamma \cdot q_{\text{сн}} + \frac{\nu \cdot (Q_{\Pi} + 0,5 \cdot Q_{\text{К}})}{\pi \cdot R^2} \right). \quad (109)$$

Обозначив в формуле (2.6)

$$\delta = \frac{R^2}{E \cdot h} \cdot \left((2 - \nu) \cdot p + \nu \cdot q_{\text{сн}} + \frac{\nu \cdot (Q_{\Pi} + 0,5 \cdot Q_{\text{К}})}{\pi \cdot R^2} \right), \quad (110)$$

запишем окончательное выражение для радиального перемещения оболочки корпуса в следующем виде:

$$W^{(6)} = \frac{R^2 \cdot \gamma \cdot (H - x)}{E \cdot h} + \delta. \quad (111)$$

Таким образом, нормальный прогиб оболочки от гидростатической нагрузки складывается с прогибом δ от нагрузки, действующей вдоль оси Ox .

При расчете нижних поясов резервуара следует учитывать полный вес корпуса (коэффициент 0,5 перед $Q_{\text{К}}$ исключается). При расчете верхних поясов необходимо иметь в виду, что $Q_{\text{К}} = 0$.

2.2 Расчет узла сопряжения стенки с днищем резервуаров большой вместимости

Особенностью резервуаров большой вместимости ($V > 10$ тыс. м^3) является усиленное основание. Днище 2 выполняется из двух частей: центральной и окрайков, сваренных друг с другом в единое кольцо.

					Расчет резервуарных конструкций на прочность	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

Внутренняя кромка кольца внахлестку приварена к центральной части днища. Окрайки днища свободно лежат на гидрофобном грунте 5 толщиной 50 мм, под которым заложено железобетонное кольцо из плит 4 с цементной выравнивающей подливкой 3 толщиной 50 мм, показанной на рисунке 13.

Стыки плит связаны цементным раствором марки М150. Под железобетонным кольцом находится бетонная подготовка 6 из бетона марки М50.

Железобетонное кольцо и бетонная подготовка покоятся на песчаной подушке 7, ниже которой идет слой грунтовой подушки 8 и, наконец, земляной грунт 9, уплотненный щебнем.

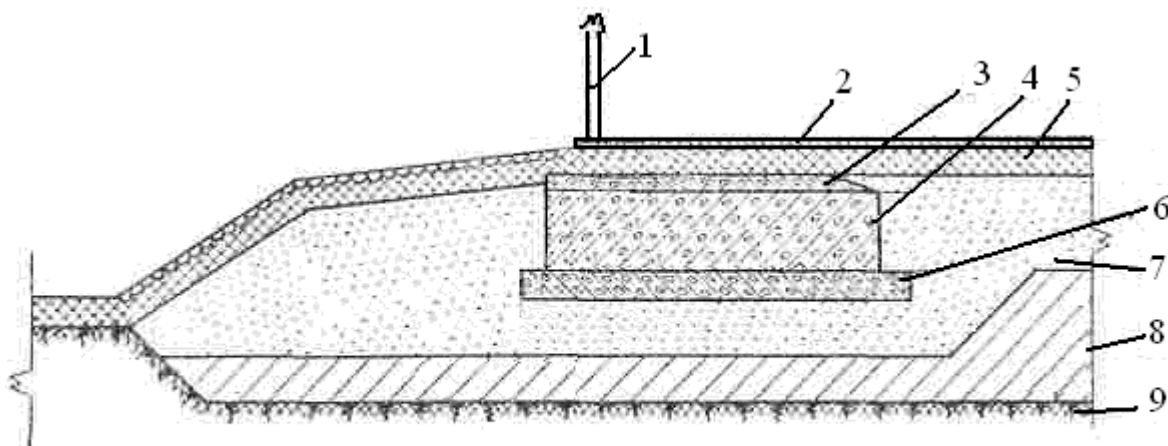


Рисунок 13 – Схема фундамента большого резервуара

Такая конструкция позволяет предотвратить опасные осадки корпуса резервуара 1.

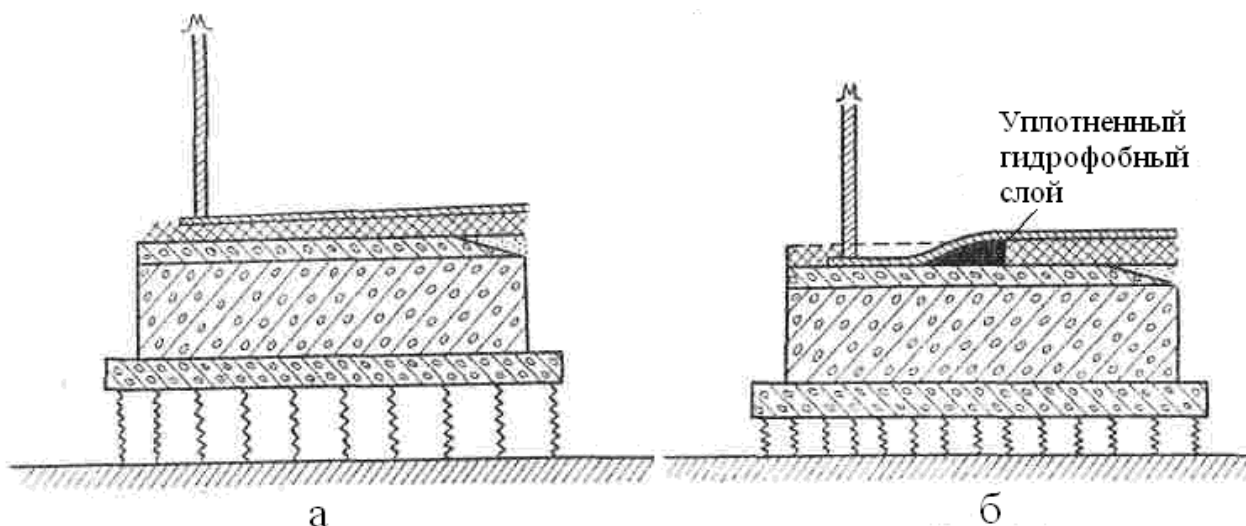


Рисунок 14 – Нижний узел резервуара: а – до деформации; б – после деформации

Нижняя кромка корпуса резервуара с внутренней и наружной сторон жестко приварена к окрайкам днища. Как показали практические наблюдения, сила веса корпуса и кровли резервуара выдавливает наружу некоторую часть гидрофобного слоя между окрайками и железобетонными плитами, а оставшуюся часть плотно опрессовывает. На рисунке 14-а показан нижний узел резервуара до деформации основания, на рис. 14-б — после деформации.

Таким образом, наблюдается плотное прилегание окراек днища к железобетонным плитам, перемещения окраек относительно железобетонных плит практически равны нулю, поэтому в первом приближении можно считать, что нижняя кромка корпуса резервуара большой вместимости зацементирована полностью. Расчетная схема нижнего опорного узла резервуаров большой вместимости представлена на рисунке 15, где $h_{\text{ц}}$ — толщина стенки цилиндра.

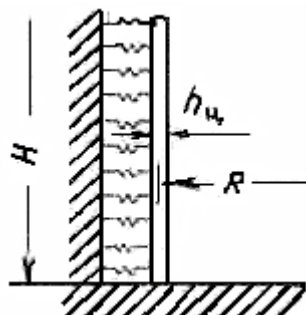


Рисунок 15 – Расчетная схема нижнего опорного узла резервуаров большой вместимости

Приняв, что перемещения нижней кромки корпуса резервуара равны нулю, получим следующие граничные условия:

					Расчет резервуарных конструкций на прочность	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

$$\bar{V}=\bar{U}=\bar{W}=0, \bar{\psi}=-\frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \xi}=0. \quad (112)$$

При осесимметричных деформациях оболочки резервуара граничные условия (112) переписуются в виде:

$$W=0, \bar{\psi}=-\frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \xi}=0. \quad (113)$$

Построим общее решение для области, примыкающей к нижней кромке резервуара ($x \geq 0$), складывая соответствующие факторы безмоментного напряженного состояния (102)–(111) с моментным (80), (84) и (85) [5]:

$$\begin{aligned} W_H &= W_H^{(кр)} + W^{(б)} = e^{-\beta \cdot x} (D_3 \cdot \cos \beta x + D_4 \cdot \sin \beta x) + \frac{R^2 \cdot \gamma \cdot (H - x)}{E \cdot h} + \delta; \\ \frac{dW_H}{dx} &= \frac{dW_H^{(кр)}}{dx} + \frac{dW^{(б)}}{dx} = \beta \cdot e^{-\beta \cdot x} ((-D_3 + D_4) \cdot \cos \beta x - (D_3 + D_4) \cdot \sin \beta x) - \frac{R^2 \cdot \gamma}{E \cdot h}; \\ M_{1H} &= M_{1H}^{(кр)} = -2 \cdot \beta^2 \cdot D \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot (D_3 \cdot \sin \beta x - D_4 \cdot \cos \beta x); \\ M_{2H} &= \nu \cdot M_{1H}; \\ Q_{1H} &= Q_{1H}^{(кр)} = -2 \cdot D \cdot \beta^3 \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot [(D_3 + D_4) \cdot \cos \beta x + (-D_3 + D_4) \cdot \sin \beta x]; \\ N_1 &= N_1^{(б)} = -\frac{Q_{\Pi} + 0,5 \cdot Q_K \cdot (q_{сн} - p) \cdot F}{2 \cdot \pi \cdot R}; \\ N_{2H} &= N_{2H}^{(кр)} + N_2^{(б)} = \frac{E \cdot h}{R} \cdot e^{-\beta \cdot x} (D_3 \cdot \cos \beta x + D_4 \cdot \sin \beta x) + R \cdot (p + \gamma \cdot (H - x)); \\ U_H &= U_H^{(кр)} + U^{(б)} = -\frac{\nu}{E \cdot h} \cdot \int N_{2H}^{(кр)} dx + C_H^{(кр)} + U^{(б)} = \\ &= -\frac{\nu}{2 \cdot \beta \cdot R} e^{-\beta \cdot x} \cdot [-(D_3 + D_4) \cdot \cos \beta x + (D_3 - D_4) \cdot \sin \beta x] - \\ &- \frac{x \cdot R}{E \cdot h} \left[\frac{Q_{\Pi} + 0,5 \cdot Q_K}{F} + q_{сн} + (2 \cdot \nu - 1) \cdot p + \nu \cdot \gamma \cdot (2H - x) \right] + C_H^{(кр)}. \end{aligned} \quad (114)$$

Произвольные постоянные D_3 и D_4 определим из граничных условий на нижней кромке оболочки. Согласно принятой расчетной схеме нижняя кромка корпуса резервуара большой вместимости имеет жесткое защемление, поэтому граничные условия формулируются в форме (2.12).

					Расчет резервуарных конструкций на прочность	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

При $x=0$

$$W_H(0)=0, \quad \frac{dW_H(0)}{dx}=0.$$

Раскрывая эти условия с помощью уравнений (113), получим:

$$\begin{aligned} D_3 &= -\frac{\gamma \cdot R^2 \cdot H}{E \cdot h} - \delta; \\ D_4 &= \frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot h} \left(\frac{1}{\beta} - H \right) - \delta. \end{aligned} \quad (115)$$

Произвольную постоянную $C_H^{(кр)}$ также определим из граничных условий на нижней кромке оболочки.

При $x=0$, $U_H(0)=0$ из (113) с учетом (114) следует

$$-\frac{\nu}{2 \cdot \beta \cdot R} \left(2 \cdot \frac{\gamma \cdot R^2 \cdot H}{E \cdot h} + 2 \cdot \delta - \frac{\gamma \cdot R^2}{\beta \cdot E \cdot h} \right) + C_H^{(кр)} = 0,$$

откуда

$$C_H^{(кр)} = \frac{\nu}{2 \cdot \beta \cdot R} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot h} \cdot \left(2 \cdot H - \frac{1}{\beta} \right) + 2 \cdot \delta \right). \quad (116)$$

После подстановки значений произвольных постоянных D_3 , D_4 и $C_H^{(кр)}$ в формулы (113) получим следующие выражения для внутренних усилий, моментов и перемещений, характеризующих напряженно-деформированное состояние оболочки в зоне у нижней кромки корпуса:

$$\begin{aligned} M_{1H} &= -\frac{\gamma \cdot \beta^2 \cdot R^2 \cdot h^2}{6 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot \left[\left(\frac{1}{\beta} - H - \frac{E \cdot h \cdot \delta}{\gamma \cdot R^2} \right) \cdot \cos \beta x + \left(H + \frac{E \cdot h \cdot \delta}{\gamma \cdot R^2} \right) \cdot \sin \beta x \right]; \\ M_{2H} &= \nu \cdot M_{1H}; \\ N_1 &= -\frac{Q_{II} + 0,5 \cdot Q_K \cdot (q_{CH} - p) \cdot F}{2 \cdot \pi \cdot R}; \\ U_H &= -\frac{\nu \cdot \gamma \cdot R}{2 \cdot \beta \cdot E \cdot h} e^{-\beta \cdot x} \cdot \left[\left(-\frac{1}{\beta} + 2 \cdot H + \frac{2 \cdot E \cdot h \cdot \delta}{\gamma \cdot R^2} \right) \cdot \cos \beta x - \frac{1}{\beta} \cdot \sin \beta x \right] - \\ &\quad - \frac{x \cdot R}{2 \cdot E \cdot h} \left[\frac{Q_{II} + 0,5 \cdot Q_K}{F} + q_{CH} + (2 \cdot \nu - 1) \cdot p + \nu \cdot \gamma \cdot (2H - x) \right] + \\ &\quad + \frac{\nu}{2 \cdot \beta \cdot R} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot h} \cdot \left(2 \cdot H - \frac{1}{\beta} \right) + 2 \cdot \delta \right). \end{aligned} \quad (117)$$

$$N_{2H} = -\gamma \cdot R \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot \left(H + \frac{E \cdot h \cdot \delta}{\gamma \cdot R^2} \right) \cdot \cos \beta x + \left(-\frac{1}{\beta} + H + \frac{E \cdot h \cdot \delta}{\gamma \cdot R^2} \right) \cdot \sin \beta x + R \cdot (p + \gamma \cdot (H - x));$$

2.3 Напряженное состояние нижнего узла резервуара на грунтовом основании

Резервуары вместимостью менее 10 тыс. м³ ввиду сравнительно небольшого давления на основание по окружности корпуса устанавливаются на гидрофобном песчаном основании без железобетонных плит.

Это означает, что при действии нагрузки перемещением стенки и днища пренебречь нельзя и следует рассматривать совместную работу корпуса с днищем. Расчетная схема сопряжения показана на рисунке 16.

Составим граничные условия для такого сопряжения корпуса с днищем при действии осесимметричной эксплуатационной нагрузки.

Сделаем сечение между корпусом и днищем резервуара и для обеспечения неразрывности деформации приложим в сечении лишние неизвестные: перерезывающее усилие x_1 и изгибающий момент x_2 представлены на рисунке 17).

Неизвестные x_1 и x_2 данной дважды статически неопределимой пространственной задачи определим, воспользовавшись методом сил строительной механики.

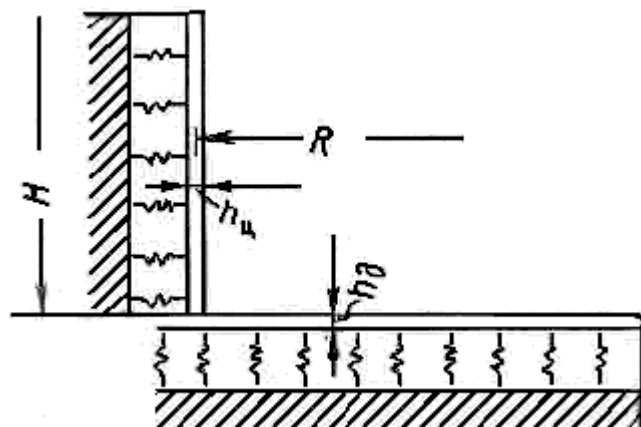


Рисунок 16 – Расчетная схема нижнего опорного узла резервуара

Канонические уравнения метода сил имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + \Delta_{2p} &= 0.\end{aligned}\quad (118)$$

При этом каждое единичное перемещение δ_{ik} и перемещение от внешней нагрузки Δ_{ip} состоит из суммы перемещений корпуса (цилиндра) и днища.

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= \delta_{11}^H + \delta_{11}^D; & \delta_{12} &= \delta_{12}^H + \delta_{12}^D; \\ \delta_{22} &= \delta_{22}^H + \delta_{22}^D; & \Delta_{1p} &= \Delta_{1p}^H + \Delta_{1p}^D; \\ \Delta_{2p} &= \Delta_{2p}^H + \Delta_{2p}^D;\end{aligned}\quad (119)$$

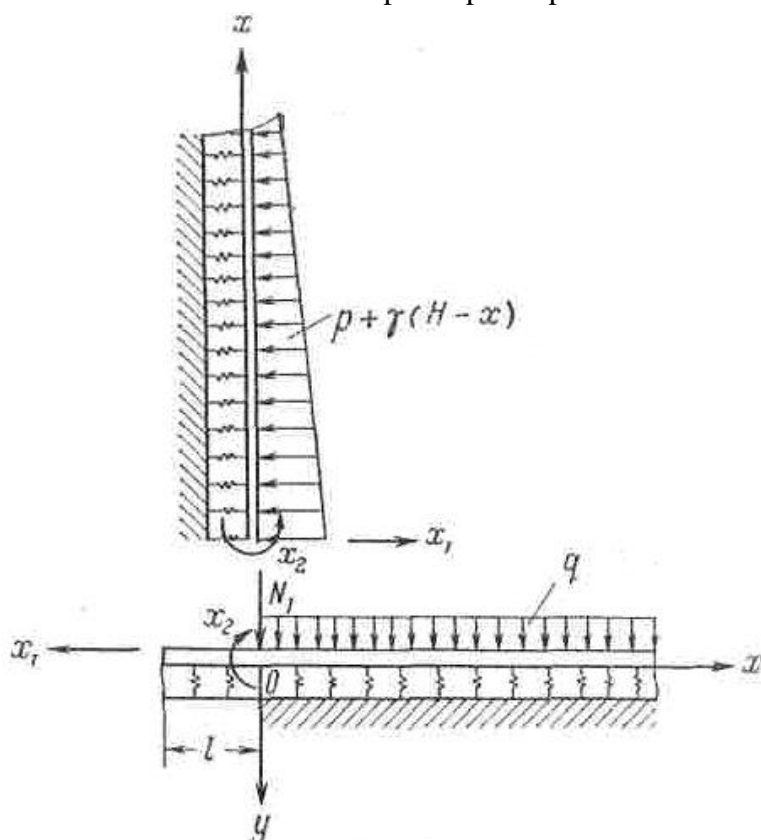


Рисунок 17 – Определение усилий и моментов в опорном узле резервуара

Таким образом, граничные условия в случае упругого сопряжения корпуса с днищем формируются в виде системы канонических уравнений (102).

Определим усилия, моменты и перемещения в опорном узле резервуара, у которого нижняя кромка корпуса упруго сопряжена с окрайками днища.

Для решения данной дважды статически неопределимой пространственной задачи необходимо сначала найти единичные перемещения δ_{ik} и грузовые члены Δ_{ip} корпуса и днища, которые являются коэффициентами

при неизвестных x_1 и x_2 в канонических уравнениях (118). Затем из решения этих уравнений можно определить лишние неизвестные: момент $x_2=M_0$ и перерезывающее усилие $x_1=Q_0$, а по ним, а по ним с помощью формул (91) все остальные факторы напряженно-деформированного состояния оболочки резервуара.

Так как сопротивление окраек днища растяжению значительно выше, чем изгибу, то фактически линейные деформации днища вдоль оси Ox равны нулю. Поэтому

$$\delta_{11}^D = \delta_{12}^D = \delta_{21}^D = \delta_{22}^D = 0, \quad (120)$$

а суммарные единичные перемещения и грузовые члены согласно (2.18) примут вид:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \delta_{11}^H; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{12}^H; \\ \delta_{22} &= \delta_{22}^H + \delta_{22}^D; \quad \Delta_{1p} = \Delta_{1p}^H; \\ \Delta_{2p} &= \Delta_{2p}^H + \Delta_{2p}^D. \end{aligned} \quad (121)$$

После подстановки (121) в (118) получим:

$$\begin{aligned} \delta_{11}^H \cdot x_1 + \delta_{12}^H \cdot x_2 + \Delta_{1p}^H &= 0; \\ \delta_{12}^H \cdot x_1 + (\delta_{22}^H + \delta_{22}^D) \cdot x_2 + \Delta_{2p}^H + \Delta_{2p}^D &= 0. \end{aligned} \quad (122)$$

Но как видно из основной системы, угловая деформация днища Δ_{2p}^D складывается из угловой деформации днища $\Delta_{2N_1}^D$ от действия усилия N_1 ,

передаваемого стенкой на днище, и из угловой деформации днища Δ_{2q}^D от действия гидростатического давления столба жидкости высотой H , т.е.

$$\Delta_{2p}^D = \Delta_{2N_1}^D + \Delta_{2q}^D. \quad (123)$$

Для решения данной дважды статически неопределимой пространственной задачи необходимо сначала найти единичные перемещения δ_{ik} и грузовые члены Δ_{ik} корпуса и днища, которые являются коэффициентами при неизвестных x_1 и x_2 в канонических уравнениях (118). Затем из решения этих уравнений можно определить лишние неизвестные: момент $x_2=M_0$ и перерезывающее усилие $x_1=Q_0$, а по ним, а по ним с помощью формул (91) все

остальные факторы напряженно-деформированного состояния оболочки резервуара.

Так как сопротивление окраек днища растяжению значительно выше, чем изгибу, то фактически линейные деформации днища вдоль оси Ox равны нулю. Поэтому

$$\delta_{11}^d = \delta_{12}^u = \delta_{12}^d = \Delta_{1p}^d = 0, \quad (120)$$

а суммарные единичные перемещения и грузовые члены согласно (2.18) примут вид:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \delta_{11}^u; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{12}^u; \\ \delta_{22} &= \delta_{22}^u + \delta_{22}^d; \quad \Delta_{1p} = \Delta_{1p}^u; \\ \Delta_{2p} &= \Delta_{2p}^u + \Delta_{2p}^d. \end{aligned} \quad (121)$$

После подстановки (121) в (118) получим:

$$\begin{aligned} \delta_{11}^u \cdot x_1 + \delta_{12}^u \cdot x_2 + \Delta_{1p}^u &= 0; \\ \delta_{12}^u \cdot x_1 + (\delta_{22}^u + \delta_{22}^d) \cdot x_2 + \Delta_{2p}^u + \Delta_{2p}^d &= 0. \end{aligned} \quad (122)$$

Но как видно из основной системы, угловая деформация днища Δ_{2p}^d складывается из угловой деформации днища $\Delta_{2N_1}^d$ от действия усилия N_1 , передаваемого стенкой на днище, и из угловой деформации днища Δ_{2q}^d от действия гидростатического давления столба жидкости высотой H , т.е.

$$\Delta_{2p}^d = \Delta_{2N_1}^d + \Delta_{2q}^d. \quad (123)$$

Система канонических уравнений (122) примет следующий окончательный вид:

$$\begin{aligned} \delta_{11}^u \cdot x_1 + \delta_{12}^u \cdot x_2 + \Delta_{1p}^u &= 0; \\ \delta_{12}^u \cdot x_1 + (\delta_{22}^u + \delta_{22}^d) \cdot x_2 + \Delta_{2p}^u + \Delta_{2N_1}^d + \Delta_{2q}^d &= 0. \end{aligned} \quad (124)$$

При определении δ_{ik} и Δ_{ik} условимся все перемещения считать положительным, если их направление совпадает с направлением соответствующего усилия x_1 или момента x_2 .

Перемещение края цилиндра в направлении силы x_1 под действием силы $x_1=1$ согласно (91) равно:

$$\delta_{11}^{\text{ц}} = \frac{1}{2 \cdot \beta_{\text{ц}}^3 \cdot D_{\text{ц}}}. \quad (125)$$

Введем фиктивный коэффициент постели (53):

$$K_{\text{ц}} = \frac{E \cdot h_{\text{ц}}}{R^2}, \quad (126)$$

Тогда характеристика гибкости (69) запишется:

$$\beta_{\text{ц}}^4 = \frac{K_{\text{ц}}}{4 \cdot D_{\text{ц}}} = \frac{3 \cdot (1 - \nu^2)}{R^2 \cdot h_{\text{ц}}^2}, \quad (127)$$

а формула (125) примет вид

$$\delta_{11}^{\text{ц}} = 2 \cdot \frac{\beta}{K_{\text{ц}}}. \quad (128)$$

Перемещение края цилиндра в направлении силы x_1 под действием момента x_2 согласно (91) равно

$$\delta_{12}^{\text{ц}} = \frac{1}{2 \cdot \beta_{\text{ц}}^2 \cdot D_{\text{ц}}} \quad (129)$$

или с учетом (127)

$$\delta_{12}^{\text{ц}} = \frac{\beta_{\text{ц}}^2}{2 \cdot K_{\text{ц}}} = \delta_{21}^{\text{ц}}. \quad (130)$$

Перемещение края цилиндра в направлении силы x_1 под действием нагрузки определяется по формуле (111):

$$\Delta_{1p}^{\text{ц}} = -\frac{R^2 \cdot \gamma \cdot H}{E \cdot h_{\text{ц}}} - \delta = -\frac{\gamma \cdot H}{K_{\text{ц}}} - \delta. \quad (131)$$

Угол поворота края цилиндрической оболочки в направлении действия момента x_2 под действием момента $x_2=1$ определяется по формуле (91):

$$\delta_{22}^{\text{ц}} = \frac{1}{2 \cdot \beta_{\text{ц}} \cdot D_{\text{ц}}} = 4 \cdot \frac{\beta_{\text{ц}}^3}{K_{\text{ц}}}. \quad (132)$$

Угловая деформация края цилиндрической оболочки в направлении действия момента x_2 под действием внешней нагрузки согласно формулы (108) равна

$$\Delta_{2p}^{\text{ц}} = -\frac{\gamma \cdot R^2}{E \cdot h_{\text{ц}}} = -\frac{\gamma}{K_{\text{ц}}}. \quad (133)$$

Для определения $\Delta_{22}^d, \delta_{2N}^d$ и δ_{2q}^d достаточно рассмотреть деформации элементарной полоски днища, лежащей на сплошном упругом основании. Ширина полоски равна единице.

Используя аналогию в напряженно-деформированном состоянии цилиндрической оболочки при осесимметричном загрузении и балки на сплошном упругом основании, при определении угловых деформаций днища воспользуемся формулами (91) для цилиндрических оболочек, заменяя в них цилиндрическую жесткость D на балочную EI , фиктивный коэффициент постели $\frac{E \cdot h}{R^2}$ на коэффициент постели песчаного основания K и принимая положительное направление прогиба днища согласно рисунку 17.

Тогда выражение для нормального прогиба, угла поворота и изгибающего момента полу бесконечной балки, лежащей на сплошном упругом основании и загруженной на расстоянии l от края сосредоточенным моментом $M_0=1$, вертикальной силой N_l и равномерно распределенной нагрузкой q , определится следующими зависимостями.

Прогиб:

$$\begin{aligned}
 y_{M_0} &= \frac{\beta_d^2 \cdot M_0}{K} \cdot [\Phi_4(\beta_d \cdot x) - \Phi_1(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l) - \\
 &\quad - \Phi_3(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_2(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l)]; \\
 y_{N_1} &= \frac{N_1 \cdot \beta_d}{2 \cdot K} \cdot [\Phi_1(\beta_d \cdot x) + 2 \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l) + \\
 &\quad + \Phi_2(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_2(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l)]; \\
 y_q &= \frac{q}{2 \cdot K} \cdot [2 - \Phi_3(\beta_d \cdot x) + \Phi_2(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l) - \\
 &\quad - \Phi_4(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_2(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l)].
 \end{aligned}
 \tag{134}$$

Угол поворота:

					Расчет резервуарных конструкций на прочность	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

$$\begin{aligned}
\frac{dy_{M_0}}{dx} &= \frac{\beta_d^3 \cdot M_0}{2 \cdot K} \cdot [\Phi_2(\beta_d \cdot x) - \Phi_1(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_1(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l) - \\
&\quad - 2 \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l)]; \\
\frac{dy_{N_1}}{dx} &= -\frac{N_1 \cdot \beta_d^2}{2 \cdot K} \cdot [\Phi_4(\beta_d \cdot x) + \Phi_1(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_1(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l) + \\
&\quad + \Phi_2(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l)]; \\
\frac{dy_q}{dx} &= \frac{q \cdot \beta_d}{2 \cdot K} \cdot [\Phi_1(\beta_d \cdot x) - \Phi_2(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l) + \\
&\quad + \Phi_4(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l)].
\end{aligned}
\tag{135}$$

Изгибающий момент:

$$\begin{aligned}
M_{M_0} &= \frac{M_0}{2} \cdot [\Phi_3(\beta_d \cdot x) + \Phi_1(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_4(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l) + \\
&\quad + \Phi_3(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_1(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l)]; \\
M_{N_1} &= \frac{N_1}{4 \cdot \beta_d} \cdot [\Phi_2(\beta_d \cdot x) - 2 \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_4(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l) - \\
&\quad - \Phi_2(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_1(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l)]; \\
M_q &= \frac{q}{4 \cdot \beta_d^2} \cdot [\Phi_4(\beta_d \cdot x) - \Phi_2(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_4(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l) + \\
&\quad + \Phi_4(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_1(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_1(\beta_d \cdot x + \beta_d \cdot l)].
\end{aligned}
\tag{136}$$

где $\beta_d = 4 \sqrt{\frac{K}{4 \cdot E \cdot I}}$ – характеристика гибкости днища;

$\Phi_1 - \Phi_4$ – гиперболо-тригонометрические функции, определяемые по формулам (90).

При $x=0$, т. е. в точках сопряжения днища резервуара с корпусом, выражения для прогиба, угла поворота и изгибающего момента запишутся следующим образом.

Прогиб:

$$y_{M_0}(0) = -\frac{\beta_d^2 \cdot M_0}{K} \cdot \Phi_3^2(\beta_d \cdot l); \tag{137}$$

$$y_{N_1}(0) = \frac{N_1 \cdot \beta_d}{2 \cdot K} \cdot [1 + \Phi_3^2(\beta_d \cdot l) + \Phi_2^2(\beta_d \cdot l)];$$

$$y_q(0) = \frac{q}{2 \cdot K} \cdot [1 + \Phi_2^2(\beta_d \cdot l)];$$

Угол поворота:

$$\frac{dy_{M_0}(0)}{dx} = \frac{\beta_d^3 \cdot M_0}{K} \cdot [1 + \Phi_1^2(\beta_d \cdot l) + 2 \cdot \Phi_3^2(\beta_d \cdot l)];$$

$$\frac{dy_{N_1}(0)}{dx} = -\frac{N_1 \cdot \beta_d^2}{K} \cdot \Phi_3^2(\beta_d \cdot l); \quad (138)$$

$$\frac{dy_q(0)}{dx} = \frac{q \cdot \beta_d}{2 \cdot K} \cdot [1 - \Phi_1(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_2(\beta_d \cdot l) + 2 \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_4(\beta_d \cdot l)];$$

Изгибающий момент:

$$M_{M_0}(0) = \frac{M_0}{2} \cdot [1 + \Phi_1^2(\beta_d \cdot l)];$$

$$M_{N_1}(0) = \frac{N_1}{4 \cdot \beta_d} \cdot [1 - 2 \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_4(\beta_d \cdot l) - \Phi_1(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_2(\beta_d \cdot l)]; \quad (139)$$

$$M_q(0) = \frac{q}{4 \cdot \beta_d^2} \cdot \Phi_4^2(\beta_d \cdot l).$$

Таким образом, угловые деформации днища от действия $M_0=1$, N_1 и q определяются формулами (138).

Принимая, что угол поворота положительный, если направление его вращения совпадает с направлением момента M_0 , из формул (138) получим:

$$\delta_{22}^d = \frac{dy_{M_0}(0)}{dx} = \frac{\beta_d^3 \cdot M_0}{K} \cdot [1 + \Phi_1^2(\beta_d \cdot l) + 2 \cdot \Phi_3^2(\beta_d \cdot l)];$$

$$\Delta_{2N_1}^d = -\frac{dy_{N_1}(0)}{dx} = -\frac{N_1 \cdot \beta_d^2}{K} \cdot \Phi_3^2(\beta_d \cdot l); \quad (140)$$

$$\Delta_{2q}^d = -\frac{dy_q(0)}{dx} = -\frac{q \cdot \beta_d}{2 \cdot K} \cdot [1 - \Phi_1(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_2(\beta_d \cdot l) + 2 \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_4(\beta_d \cdot l)];$$

Если обозначить:

$$F_1 = 1 + \Phi_1^2(\beta_d \cdot l) + 2 \cdot \Phi_3^2(\beta_d \cdot l);$$

$$F_2 = \Phi_3^2(\beta_d \cdot l); \quad (141)$$

$$F_3 = 1 - \Phi_1(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_2(\beta_d \cdot l) + 2 \cdot \Phi_3(\beta_d \cdot l) \cdot \Phi_4(\beta_d \cdot l),$$

то соотношения (2.37) с учетом, что $M_0=1$, $q=\gamma \cdot H$, переписутся

$$\begin{aligned}\delta_{22}^d &= \frac{dy_{M_0}(0)}{dx} = \frac{\beta_d^3 \cdot M_0}{K} \cdot F_1; \\ \Delta_{2N_1}^d &= -\frac{dy_{N_1}(0)}{dx} = -\frac{N_1 \cdot \beta_d^2}{K} \cdot F_2; \\ \Delta_{2q}^d &= -\frac{dy_q(0)}{dx} = -\frac{q \cdot \beta_d}{2 \cdot K} \cdot F_3.\end{aligned}\quad (142)$$

После подстановки значений единичных перемещений δ_{ik} и грузовых членов Δ_{ik} корпуса и днища в систему канонических уравнений (124) получим:

$$\begin{aligned}2 \cdot \frac{\beta_{\text{ц}}}{K_{\text{ц}}} \cdot x_1 + 2 \cdot \frac{\beta_{\text{ц}}^2}{K_{\text{ц}}} \cdot x_2 - \frac{\gamma \cdot H}{K_{\text{ц}}} - \delta = 0; \\ 2 \cdot \frac{\beta_{\text{ц}}^2}{K_{\text{ц}}} \cdot x_1 + \left(4 \cdot \frac{\beta_{\text{ц}}^3}{K_{\text{ц}}} + \frac{\beta_d^3}{K} \cdot F_1 \right) \cdot x_2 - \frac{\gamma}{K_{\text{ц}}} + \frac{2 \cdot \beta_{\text{ц}}^2 \cdot N_1}{K} \cdot F_2 - \frac{\gamma \cdot H \cdot \beta_d}{2 \cdot K} \cdot F_3 = 0.\end{aligned}\quad (143)$$

Из решения этой системы следует:

$$\begin{aligned}x_2 = M_0 &= \frac{K \cdot K_{\text{ц}}}{2 \cdot K \cdot \beta_{\text{ц}}^3 + K_{\text{ц}} \cdot \beta_d^3 \cdot F_1} \cdot \left(-\delta \cdot \beta_{\text{ц}} + \frac{\gamma \cdot H \cdot \beta_{\text{ц}}}{K_{\text{ц}}} \cdot \left(-1 + \frac{1}{H \cdot \beta_{\text{ц}}} + \frac{K_{\text{ц}} \cdot \beta_d \cdot F_3}{2 \cdot K \cdot \beta_{\text{ц}}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\beta_d \cdot N_1 \cdot F_2}{K} \right); \\ x_1 = Q_0 &= \frac{1}{2 \cdot \beta_{\text{ц}}} \cdot (\gamma \cdot H + \delta \cdot K_{\text{ц}}) + \frac{\beta_{\text{ц}} \cdot K \cdot K_{\text{ц}}}{2 \cdot K \cdot \beta_{\text{ц}}^3 + K_{\text{ц}} \cdot \beta_d^3 \cdot F_1} \cdot \\ &\quad \cdot \left[\delta \cdot \beta_{\text{ц}} + \frac{\gamma \cdot H \cdot \beta_{\text{ц}}}{K_{\text{ц}}} \cdot \left(+1 - \frac{1}{H \cdot \beta_{\text{ц}}} - \frac{K_{\text{ц}} \cdot \beta_d \cdot F_3}{2 \cdot K \cdot \beta_{\text{ц}}} \right) + \frac{\beta_d^2 \cdot N_1 \cdot F_2}{K} \right].\end{aligned}\quad (144)$$

Таким образом, определены выражения для момента M_0 и перерезывающей силы Q_0 (лишние неизвестные), действующие по линии упругого сопряжения оболочки корпуса резервуара с днищем.

Если в формулах (144) принять $F_1=F_2=F_3=0$, то упругая заделка корпуса в днище станет абсолютно жесткой и выражения для момента и перерезывающей силы в нижнем опорном сечении примут вид:

$$M_0 = \frac{\gamma}{2 \cdot \beta_{\text{ц}}^2} \cdot \left(-H + \frac{1}{\beta_{\text{ц}}} + \frac{K_{\text{ц}} \cdot \delta}{\gamma} \right);$$

$$Q_0 = \frac{\gamma}{2 \cdot \beta_{\text{ц}}} \cdot \left(2 \cdot H + \frac{2 \cdot \delta \cdot K_{\text{ц}}}{\gamma} - \frac{1}{\beta_{\text{ц}}} \right). \quad (145)$$

Полученные значения полностью совпадают со значениями момента и перерезывающей силы (117) в опорном сечении при $x=0$ резервуара большой вместимости со стационарным покрытием, у которого нижняя кромка корпуса имеет жесткое защемление.

Определив значения M_0 и Q_0 в нижнем опорном узле, можно с помощью формулы (91) вычислить усилия, моменты и перемещения в любой точке оболочки корпуса и днища резервуара.

2.4 Расчета нижнего узла резервуара объемом 50 тыс. м³ методом сил

1. Произвести расчет нижнего узла резервуара объемом 50000 м³.

2. Исходные данные: толщина первого пояса стенки $\delta=28$ мм, толщина окрайков днища $\delta_{\text{окр}}=16$ мм, диаметр резервуара $D=60,7$ м, масса стенки $G_{\text{ст}}=87$ тс; масса покрытия $G_{\text{покр}}=52$ тс, плотность нефти $\rho=900$ кг/м³, высота резервуара $H=18,1$ м, модуль упругости $E=2,1 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu=0,3$, коэффициент постели основания $k=5 \cdot 10^7$ Н/м³.

3. Нагрузку на единицу длины окружности стенки определим по формуле:

$$q = \frac{(G_{\text{покр}} + G_{\text{ст}}) \cdot g}{\pi \cdot D} = \frac{(52+87) \cdot 9,81}{3,14 \cdot 34,2} = 12,7 \cdot 10^3 \text{ Н/м} = 12,7 \text{ кН/м}, \quad (146)$$

где $G_{\text{покр}}$ – масса покрытия, Ньютон;

$G_{\text{ст}}$ – масса стенки, Ньютон.

4. Гидростатическое давление на днище:

$$p = \rho \cdot g \cdot H = 900 \cdot 9,81 \cdot 11,92 = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

где H – высота резервуара, м;

ρ – плотность нефти, кг/м³;

g – ускорение свободного падения, м/с².

5. Основные характеристики стенки:

					Расчет резервуарных конструкций на прочность	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

цилиндрическая жесткость:

$$D_{\text{ст}} = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} = \frac{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 14^3 \cdot 10^{-9}}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 53 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (147)$$

где E – модуль упругости, Па;

δ – толщина стенки, м;

ν – коэффициент Пуассона.

условный коэффициент постели:

$$k_{\text{ст}} = \frac{E \cdot \delta}{R^2} = \frac{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 14 \cdot 10^{-3}}{17,1^2} = 1 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3; \quad (148)$$

где E – модуль упругости, Па;

δ – толщина стенки, м;

R – радиус резервуара, м.

6. Коэффициент деформации:

$$\beta_{\text{ст}} = \sqrt[4]{\frac{k_{\text{ст}}}{4 \cdot D_{\text{ст}}}} = \sqrt[4]{\frac{1 \cdot 10^7}{4 \cdot 53 \cdot 10^3}} = 2,63 \text{ 1/м}. \quad (149)$$

7. Определение перемещения стенки:

$$\begin{aligned} \delta_{11}^{\text{ст}} &= \frac{1}{\beta_{\text{ст}} \cdot D_{\text{ст}}} = \frac{1}{2,63 \cdot 53 \cdot 10^3} = 7,21 \cdot 10^{-6}; \\ \delta_{21}^{\text{ст}} &= \delta_{12}^{\text{ст}} = \frac{1}{2 \cdot \beta_{\text{ст}}^2 \cdot D_{\text{ст}}} = \frac{1}{2 \cdot 2,63^2 \cdot 53 \cdot 10^3} = 1,37 \cdot 10^{-6}; \\ \delta_{22}^{\text{ст}} &= \frac{1}{2 \cdot \beta_{\text{ст}}^3 \cdot D_{\text{ст}}} = \frac{1}{2 \cdot 2,63^3 \cdot 53 \cdot 10^3} = 5,23 \cdot 10^{-7}; \\ \Delta_{1p}^{\text{ст}} &= \frac{\rho \cdot g}{k_{\text{ст}}} = \frac{900 \cdot 9,81}{1 \cdot 10^7} = 8,78 \cdot 10^{-4}; \\ \Delta_{2p}^{\text{ст}} &= \frac{\rho \cdot g}{k_{\text{ст}}} \cdot H = \frac{900 \cdot 9,81}{1 \cdot 10^7} \cdot 11,92 = 0,01; \end{aligned} \quad (150)$$

8. Основные характеристики днища:

$$D_{\text{дн}} = \frac{E \cdot \delta_{\text{окр}}^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} = \frac{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 10^3 \cdot 10^{-9}}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 19,2 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (151)$$

где $\delta_{\text{окр}}$ – толщина окрайков днища, м.

9. Тогда коэффициент деформации:

$$\beta_{\text{дн}} = 4 \sqrt{\frac{k}{4 \cdot D_{\text{дн}}}} = 4 \sqrt{\frac{5 \cdot 10^7}{4 \cdot 19,2 \cdot 10^3}} = 5,04 \text{ 1/м}, \quad (152)$$

где k – коэффициент постели основания, Н/м³.

Расстояние от наружной поверхности стенки до края днища $c = 0,05$ м.

Аргумент $\beta_{\text{дн}} \cdot c = 5,04 \cdot 0,05 = 0,25$.

По таблице функций находим: $\Phi_1 = 0,9459$; $\Phi_2 = 0,5643$; $\Phi_3 = 0,7550$; $\Phi_4 = 0,1908$.

$$\begin{aligned} \Delta_{1p}^{\text{дн}} &= -\frac{p \cdot \beta_{\text{дн}}}{2 \cdot k} \cdot (1 - \Phi_1 \cdot \Phi_2 + 2 \cdot \Phi_3 \cdot \Phi_4) = \\ &= -\frac{1,05 \cdot 10^5 \cdot 5,04}{2 \cdot 5 \cdot 10^7} \cdot (1 - 0,9459 \cdot 0,5643 + 2 \cdot 0,7550 \cdot 0,1908) = -4 \cdot 10^{-3}; \\ \Delta_{1q}^{\text{дн}} &= \frac{q}{4 \cdot \beta_{\text{дн}}^2 \cdot D_{\text{дн}}} \cdot \Phi_3^2 = \frac{12,7 \cdot 10^3 \cdot 5,04}{4 \cdot (5,04)^2 \cdot 19,2 \cdot 10^3} \cdot 0,755^2 = 3,7 \cdot 10^{-7}; \\ \delta_{11}^{\text{дн}} &= \frac{1}{\beta_{\text{дн}} \cdot D_{\text{дн}}} \cdot \frac{(1 + \Phi_1^2 + 2 \cdot \Phi_3^2)}{4} = \frac{1}{5,04 \cdot 19,2 \cdot 10^3} \times \\ &\times \frac{(1 + 0,9459^2 + 2 \cdot 0,7550^2)}{4} = 7,81 \cdot 10^{-6}; \end{aligned} \quad (153)$$

10. Решаем канонические уравнения:

$$\begin{aligned} \Delta_{1p} &= \Delta_{1p}^{\text{ст}} + \Delta_{1p}^{\text{дн}} + \Delta_{1q}^{\text{дн}} = (8,78 - 40 + 37) \cdot 10^{-4} = 5,78 \cdot 10^{-4}; \\ \delta_{11} &= \delta_{11}^{\text{ст}} + \delta_{11}^{\text{дн}} = (7,21 + 7,81) \cdot 10^{-6} = 15,02 \cdot 10^{-6}; \\ 15,02 \cdot 10^{-6} \cdot M_0 + 1,37 \cdot 10^{-6} \cdot Q_0 &= -5,78 \cdot 10^{-4}; \\ 1,37 \cdot 10^{-6} \cdot M_0 + 5,23 \cdot 10^{-7} \cdot Q_0 &= -0,01. \end{aligned} \quad (154)$$

Отсюда $M_0 = 2,3 \text{ кН} \cdot \text{м/м}$; $Q_0 = -26,2 \text{ кН/м}$.

11. Напряжения в стенке определим по формуле:

$$\sigma_1 = \frac{Q_0}{h} + \frac{6 \cdot M_0}{h^2} = \frac{-26,2 \cdot 10^3}{14 \cdot 10^{-3}} + \frac{6 \cdot 2,3 \cdot 10^3}{(14 \cdot 10^{-3})^2} = 68 \cdot 10^6 \text{ Па} = 68 \text{ МПа}. \quad (155)$$

2.5 Расчет стенки вертикального резервуара

Расчет конструкций резервуара и, в частности, определение толщины его стенки по поясам ведется по предельному состоянию [7]. Поскольку стенка резервуара работает главным образом на растяжение, то расчет последнего по предельному состоянию сводится в основном к введению в расчетные формулы дифференцированных коэффициентов безопасности (коэффициентов запаса), т. е. коэффициента перегрузки n и коэффициента условий работы m . Введение этих коэффициентов (различных для разных элементов конструкции) позволяет увеличивать или уменьшать запас прочности того или иного элемента в зависимости от его назначения и вида действующей на него нагрузки. Это, в свою очередь, позволяет более рационально использовать материал и его несущую способность и, следовательно, более экономично его расходовать.

Напряжения в цилиндрической оболочке определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{p \cdot r}{\delta}, \quad (156)$$

где p – давление в оболочке, Па;

r – радиус оболочки, м;

δ – толщина стенки оболочки, м.

Отсюда толщина стенки $\delta = \frac{p \cdot r}{\sigma}$.

Если использовать запись не в напряжениях, а в усилиях, то получим:

$$N_p \leq N_{пр}, \quad (157)$$

где N_p – расчетное усилие в оболочке, $N_p = p \cdot r$;

$N_{пр}$ – предельное усилие в оболочке, $N_{пр} = \sigma \cdot \delta$.

					Расчет резервуарных конструкций на прочность	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

Расшифруем значения усилий: давление p складывается из гидростатического давления и избыточного давления в газовом пространстве резервуара. Таким образом, с учетом коэффициентов перегрузки:

$$p = n_1 \cdot \rho \cdot g \cdot (H - x) + n_2 \cdot p_{\text{изб}}, \quad (158)$$

где $p_{\text{изб}}$ – избыточное давление, Па.

Расчетное усилие:

$$N_p = [n_1 \cdot \rho \cdot g \cdot (H - x) + n_2 \cdot p_{\text{изб}}] \cdot r, \quad (159)$$

где r – радиус резервуара.

$$\text{Величина предельного усилия } N_{\text{пр}} = m \cdot R \cdot \delta_i,$$

где m – коэффициент условий работы (для стенки резервуара $m=0,8$); R – расчетное сопротивление материала стенки; δ_i – толщина рассчитываемого пояса.

Подставив значение усилий в выражение (13), получим:

$$[n_1 \cdot \rho \cdot g \cdot (H - x) + n_2 \cdot p_{\text{изб}}] \cdot r \leq m \cdot R \cdot \delta_i$$

или

$$\delta_i \geq \frac{[n_1 \cdot \rho \cdot g \cdot (H - x) + n_2 \cdot p_{\text{изб}}] \cdot r}{m \cdot R}. \quad (160)$$

Произведем расчет стенки резервуара объемом 50000 м³ по методике, изложенной в [8].

Исходные данные для расчета: $H=18,12$ м, $D=60,7$ м, расчетное сопротивление стали $R=292$ МПа, коэффициент условий работы $m=0,8$, стенка состоит из восьми поясов, высота пояса 2250 мм, $\rho=900$ кг/м³, $p_{\text{изб}}=2000$ Па, $n_1=1,1$, $n_2=1,2$.

Поскольку нижний край стенки упруго заземлен с днищем, то для первого пояса $x=30$ см. Подставим данные для первого пояса в формулу (14):

$$\delta_1 = \frac{[n_1 \cdot \rho \cdot g \cdot (H - x) + n_2 \cdot p_{\text{изб}}] \cdot r}{m \cdot R},$$

$$\delta_1 = \frac{[1,1 \cdot 900 \cdot 9,81 \cdot (11,92 - 0,3) + 1,1 \cdot 2000] \cdot 17,10}{0,8 \cdot 190 \cdot 10^6} = 0,0129 \text{ м} = 1,29 \text{ см}.$$

Аналогично этому подсчитываем толщину остальных поясов.

Результаты расчета для всех поясов сведены в таблицу 1, в которой

					Расчет резервуарных конструкций на прочность	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

принимаемые величины толщин поясов получены с округлением результатов расчета. Толщина поясов, начиная с пятого пояса, имеют завышенную величину для обеспечения запаса устойчивости.

Таблица 1 – Результаты расчетов стенки резервуаров

Пояса	Высота, м	Толщина стенки, мм	
		Расчетная	Принятая
I	18,1	12,9	13
II	10,43	11,7	12
III	8,94	10,0	11
IV	7,45	8,4	9
V	5,96	6,8	8
VI	4,47	5,2	8
VII	2,98	3,5	8
VIII	1,49	1,9	8

2.6 Требования к расчету плавающих крыш на плавучесть и устойчивость

Плотность жидкости ρ для выполнения расчетов должна приниматься равной 700 кг/м³.

Плавающая крыша должна рассчитываться таким образом, чтобы она могла в положении на плаву или на опорах обеспечивать прочность и плавучесть при нагрузках и их сочетаниях, приведенных в таблице 6. Для расчетных сочетаний 1 и 2 должна быть учтена сила трения уплотняющего затвора о стенку резервуара.

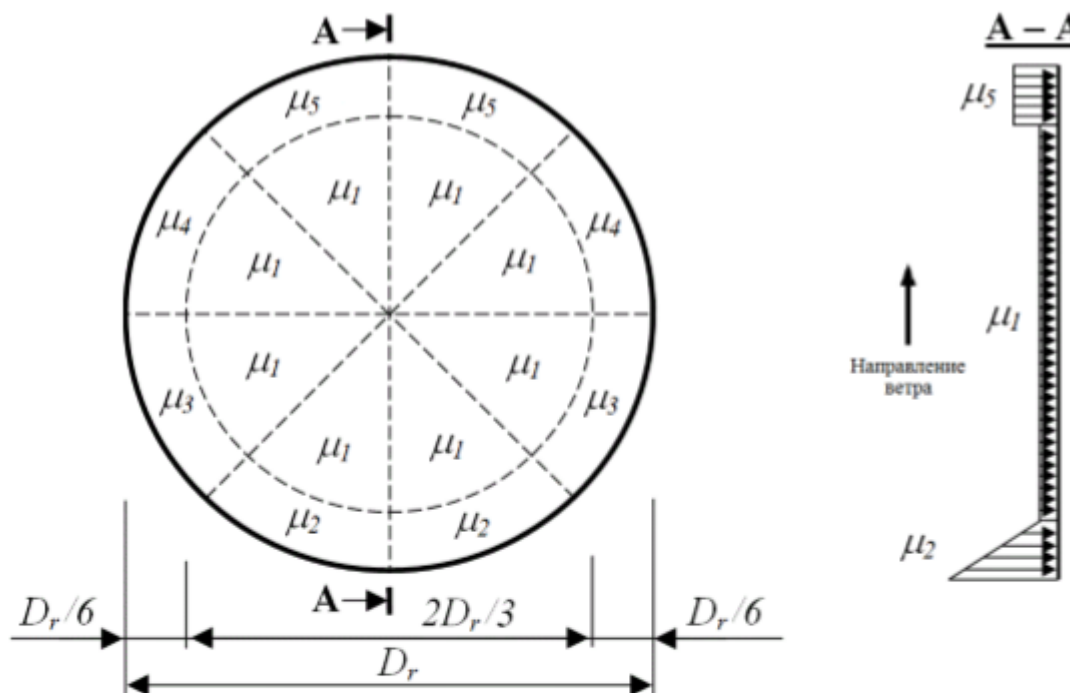
Таблица 2 – Сочетание воздействий для расчета плавающих крыш

Номер расчетного сочетания	Сочетание воздействий для расчета плавающих крыш	Положение	Примечание
1	2	3	4
1	Собственный вес и равномерно (или неравномерно) распределенная снеговая нагрузка	На плаву	Неравномерная нагрузка принимается в соответствии с рисунком 12.3
2	Собственный вес и 250 мм осадков	На плаву	-
3	Собственный вес, вес двух затопленных смежных отсеков и равномерно распределенная снеговая нагрузка	На плаву	Для двудечных крыш
	Собственный вес, затопление центральной деки и двух смежных отсеков		Для одностечных крыш
4	Собственный вес и равномерно (или неравномерно) распределенная снеговая нагрузка	На стойках	Снеговая нагрузка принимается равной не менее 1,5 кПа. Неравномерная нагрузка принимается в соответствии с рисунком 12.3

Распределение неравномерной снеговой нагрузки по поверхности плавающей крыши p_{sr} , МПа, принимается по формуле

$$p_{sr} = \mu \cdot p_s$$

где μ – безразмерный коэффициент неравномерности распределения снегового покрова на плавающей крыше, принимаемый в соответствии с рисунком 18;
 p_s – расчетная снеговая нагрузка на поверхности земли, МПа, принимаемая в зависимости от снегового района по СП 20.13330.2011.



D_r – диаметр плавающей крыши, м;

D – диаметр резервуара, м;

H_s – высота стенки резервуара, м;

μ_i ($i = 1 \dots 5$) – коэффициенты неравномерности распределения
снегового покрова на поверхности крыши:

$$\mu_1 = 0,52 - 0,70 \cdot H_s / D; \mu_2 = 1,77 + 1,06 \cdot H_s / D;$$

$$\mu_3 = 0,90 \cdot \mu_2; \mu_4 = 0,80; \mu_5 = 1,00$$

Рисунок 18 – Неравномерное распределение снеговой нагрузки на плавающей крыше

Максимальные усилия и деформации элементов и узлов плавающей крыши по прочности и устойчивости определяются в соответствии с требованиями СП 16.13330.2011.

Плавучесть плавающей крыши при отсутствии повреждений считается обеспеченной, если в положении на плаву превышение верха любого бортового элемента (включая переборки) над уровнем жидкости составляет не менее 150 мм. Плавучесть плавающей крыши при наличии повреждений считается обеспеченной, если в положении на плаву верх любого бортового элемента и переборок расположен выше уровня жидкости.

Расчет плавающих крыш должен выполняться в следующей последовательности:

					Расчет резервуарных конструкций на прочность	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

а) выбор конструктивной схемы плавающей крыши и предварительное определение толщин элементов исходя из функциональных, конструктивных и технологических требований;

б) назначение комбинаций воздействий, приведенных в таблице 2, учитывающих величину и характер действующих нагрузок, а также возможность потери герметичности отдельных отсеков плавающей крыши;

в) моделирование конструкции плавающей крыши методом КЭ;

г) расчет равновесных положений плавающей крыши, погруженной в жидкость для всех расчетных комбинаций воздействий;

д) проверка плавучести плавающей крыши. Если плавучесть крыши не обеспечена, производится изменение ее конструктивной схемы и расчет повторяется, начиная с перечисления а);

е) проверка несущей способности конструктивных элементов плавающей крыши для полученных положений равновесия. При изменении толщин элементов, расчет повторяется, начиная с перечисления в);

ж) проверка на возможность заклинивания плавающей крыши, в т. ч. патрубков и направляющей, при крене;

и) проверка прочности и устойчивости опор.

					<i>Расчет резервуарных конструкций на прочность</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

3 Расчет вертикального стального резервуара

Используемые обозначения:

R – радиус оболочки резервуара, см;

H – высота резервуара, см;

n_0 – число поясов оболочки;

$\delta_{ст}$ – толщина стенки первого (нижнего пояса оболочки), см;

$\delta_c(n_0)$ – толщина стенок поясов (нумерация снизу), см;

$H_c(n_0)$ – высота всех поясов;

H^* – высота налива продукта, см;

$\delta_{дн}$ – толщина днища, см;

δ_0 – толщина листов окрайки, см;

δ_{pk} – толщина металла покрытия, см;

J_p – вес покрытия, кгс;

G_c – вес снега на единицу площади, кгс/см²;

G_s – вес теплоизоляции на единицу площади, кгс/см²;

V_m – объемный вес материала оболочки, кгс/см³;

E – модуль упругости материала оболочки, кгс/см²;

μ – коэффициент Пуассона материала оболочки;

R_y – расчетное сопротивление материала, кгс/см²;

$V_{об}$ – объемный вес хранимого жидкого продукта, кгс/см³;

P_n – подпор (внутреннее равномерное давление), кгс/см²;

β_0 – коэффициент постели основания, (кгс/см²)/см;

g – ускорение свободного падения, см/с²;

					Исследование напряженно-деформированного состояния резервуара вертикального стального с плавающей крышей типа РВСПК-50000 м ³ при его эксплуатации в специализированном морском нефтяном			
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат				
Разраб.	Бородай				Расчет вертикального стального резервуара с плавающей крышей		Лит.	Лист
Руковод.	Саруев Л.А.							Листов
Консульт.								
Зав. Каф.	Рудаченко А.В.							
					НИ ТПУ гр.2БМ4Б			

3.1 Расчет вертикального резервуара при жестком заземлении

Расчет ведем по методике, изложенной [9].

Исходные данные:

$$\begin{aligned} J_p &= 3,35 \cdot 10^4 \text{ кГс}; \quad H = 2,4475 \cdot 10^3 \text{ см}; \quad H^* = 1,53 \cdot 10^3 \text{ см}; \quad R = 1,2435 \cdot 10^3 \text{ см}; \\ V_{об} &= 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ кГс/см}^3; \quad P_H = 7 \cdot 10^{-3} \text{ кГс/см}^2; \quad K_c = 0,4; \quad g = 981 \text{ см/с}^2; \\ V_m &= 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ кГс/см}^3; \quad E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кГс/см}^2; \quad \mu = 0,3; \quad G_c = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ кГс/см}^2; \\ n_0 &= 11; \end{aligned}$$

Толщины металла поясов: $\delta_c(n_0) \dots 2 \times 1,2 + 9 \times 1,0 \text{ см};$

Высоты всех поясов:

$$\begin{aligned} H_c(n_0) &= 200 \text{ см}; \quad \delta_{pk} = 0,25 \text{ см}; \quad \delta_{дн} = 1 \text{ см}; \\ R_y &= 4500 \text{ кГс/см}^2; \quad n_n = 10 \text{ см}; \quad \delta_0 = 1 \text{ см}; \quad \beta_0 = 3; \end{aligned}$$

Определение внутренних усилий

1. Находим условный коэффициент постели оболочки:

$$\beta_{ст} = \frac{E \cdot \delta}{R^2} = \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 1,2}{(1,2435 \cdot 10^3)^2} = 1,6297 \text{ кГс/см}^3, \quad (161)$$

где E – модуль упругости материала оболочки, кГс/см²;

δ – толщина стенки первого (нижнего пояса оболочки), см;

R – радиус оболочки резервуара, см.

2. Находим цилиндрическую жесткость стенки оболочки:

$$D_{ст} = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} = \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 1,2^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 3,323 \cdot 10^5 \text{ кГс} \cdot \text{см}, \quad (162)$$

где μ – коэффициент Пуассона материала оболочки.

3. Коэффициент гибкости стенки оболочки:

$$\alpha_{ст} = \sqrt[4]{\beta_{ст} / 4 \cdot D_{ст}} = \sqrt[4]{1,6297 / 4 \cdot 3,323 \cdot 10^5} = 0,03328 \text{ 1/см}; \quad (163)$$

4. Контурное давление складывается из давлений от веса оболочки, крыши и снега (теплоизоляция отсутствует).

$$N_c = V_m \cdot (2 \cdot 1,2 \cdot H_c + 9 \cdot 1,0 \cdot H_c) + \frac{J_p}{2 \cdot \pi \cdot R} + \frac{1}{2} \cdot R \cdot G_c =$$

$$= 7,85 \cdot 10^{-3} (2 \cdot 1,2 \cdot 200 + 9 \cdot 1,0 \cdot 200) +$$

$$+ \frac{3,35 \cdot 10^4}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,2435 \cdot 10^3} + \frac{1}{2} \cdot 1243,5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} = 37,73 \text{ кГс/см};$$
(164)

где V_m – объемный вес материала оболочки, кГс/см³;

H_c – высота всех поясов;

J_p – вес покрытия, кГс;

G_c – вес снега на единицу площади, кГс/см².

5. Изгибающие моменты защемления стенки:

– от подпора (внутреннего равномерного давления) P_H :

$$\bar{M}_{CT}^{(1)} = \frac{P_H}{2 \cdot \alpha_{CT}^2} = \frac{7 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,03328^2} = 3,161 \text{ кГс};$$
(165)

где P_H – подпор (внутреннее равномерное давление), кГс/см²;

– от гидростатического давления продукта:

$$\bar{M}_{CT}^{(2)} = \frac{V_{об} \cdot (\alpha_{CT} \cdot H^* - 1)}{2 \cdot \alpha_{CT}^3} = \frac{5,6 \cdot 10^{-4} (0,03328 \cdot 1,53 - 1)}{2 \cdot 0,03328^3} = 379,2 \text{ кГс}.$$
(166)

где $V_{об}$ – объемный вес хранимого жидкого продукта, кГс/см³;

H^* – высота налива продукта, см;

6. Распор H_p в плоскости опирания резервуара включает распор от:

– от подпора (внутреннего равномерного давления) P_H :

$$H_p^{(1)} = -\frac{P_H}{\alpha_{CT}} = \frac{7 \cdot 10^{-3}}{0,03328} = -21,03 \text{ кГс/см};$$

– от гидростатического давления продукта:

$$H_p^{(2)} = -\frac{V_{об} \cdot (2 \cdot \alpha_{CT} \cdot H^* - 1)}{2 \cdot \alpha_{CT}^2} = -\frac{5,6 \cdot 10^{-4} (2 \cdot 0,03328 \cdot 1,53 - 1)}{2 \cdot 0,03328^2} = -25,49 \text{ кГс/см}. \quad (168)$$

7. Гиперболо-тригонометрические функции, используемые для вычисления распределения внутренних усилий в оболочке по координате:

$$\begin{aligned} f_1 &= \exp(-\alpha_{CT} \cdot x) \cdot \cos(\alpha_{CT} \cdot x), \\ f_2 &= \exp(-\alpha_{CT} \cdot x) \cdot \sin(\alpha_{CT} \cdot x), \\ f_3 &= f_1 + f_2, \quad f_4 = f_1 - f_2. \end{aligned} \quad (169)$$

Усилия в плоскости опирания при $x=0$:

$$f_1=1, f_2=0, f_3=0, f_4=1.$$

8. Изгибающий момент определим по формуле:

$$M(0) = \bar{M}_{CT}^{(1)} + \bar{M}_{CT}^{(2)} = 3,161 + 379,2 = 382,4 \text{ кГс}. \quad (170)$$

где $\bar{M}_{CT}^{(1)}$ – момент от подпора, кГс;

$\bar{M}_{CT}^{(2)}$ – момент от гидростатического давления продукта, кГс.

9. Поперечная сила:

$$Q(0) = H_p^{(1)} + H_p^{(2)} = -0,2103 - 25,49 = -25,70 \text{ кГс/см}. \quad (171)$$

где $H_p^{(1)}$ – распор от подпора, кГс/см;

$H_p^{(2)}$ – распор от гидростатического давления продукта, кГс/см.

10. Окружная сила:

$$N_2 = 0. \quad (172)$$

По формулам (17)...(21), (23), (24) максимум окружной силы $N_2(x)$ получим при $x_1=86,4$ см:

$$\begin{aligned} f_1(x_1) &= \exp(-0,03328 \cdot 86,4) \cdot \cos(0,03328 \cdot 86,4) = -0,0544, \\ f_2(x_1) &= \exp(-0,03328 \cdot 86,4) \cdot \sin(0,03328 \cdot 86,4) = -0,0148, \\ f_3(x_1) &= -0,0544 - 0,0148 = -0,0396, \\ f_4(x_1) &= -0,0544 + 0,0148 = -0,0692. \end{aligned}$$

11. Находим безмоментные окружные усилия:

$$\begin{aligned} N^{(1)}(x_1) &= P_H \cdot R = 0,007 \cdot 1243,5 = 8,705 \text{ кГс/см}; \\ N^{(2)}(x_1) &= V_{об} \cdot (H^* - x_1) \cdot R = 5,6 \cdot 10^{-4} (1530 - 86,4) \cdot 1243,5 = \\ &= 1,005 \cdot 10^3 \text{ кГс/см}. \end{aligned} \quad (173)$$

12. Распределение окружной силы для каждой компоненты нагрузки ($j=1,2,3$) определим по формуле:

$$N_2(x) = 2 \cdot R \cdot \alpha_{ст}^2 \cdot M_{ст} \cdot f_4 + 2 \cdot R \cdot \alpha_{ст} \cdot H_p \cdot f_1 + N^{(j)}; \quad (174)$$

где $N^{(j)}$ – сумма безмоментных окружных сил ($j=1,2$), кГс/см.

Подставляя данные, получим:

$$\begin{aligned} N_2(x_1) &= 2 \cdot 1243,5 \cdot (0,03328)^2 \cdot 382,4 \cdot (-0,0692) + 2 \cdot 1243,5 \times \\ &\times 0,03328 \cdot (-25,70) \cdot (-0,0544) + 8,705 + 1005 = 1056,8 \text{ кГс/см}; \end{aligned}$$

Максимум поперечной силы $Q_m = Q(0) = -25,70$ кГс/см.

Результаты расчета внутренних усилий в резервуаре на единицу длины контура:

в опорной плоскости (краевой эффект):

- изгибающий момент 382,4 кГс;
- поперечная сила $-25,70$ кГс/см;
- осевая сила (контурное давление) 37,73 кГс/см;

- окружная сила в опорной плоскости отсутствует.

Экстремум окружной силы $1,057 \cdot 10^3$ кГс/см при $x=86,4$ см.

Определение напряжений

- Нормальное осевое (главное) напряжение сжатия определим по формуле:

$$\sigma_{10} = \sigma_9^{\text{угор}} = \frac{N_c}{\delta} + \frac{6 \cdot M(0)}{\delta^2} = \frac{37,73}{1,2} + \frac{6 \cdot 382,4}{1,2^2} = 1,625 \cdot 10^3 \text{ кГс/см}^2. \quad (175)$$

- Окружное (главное) растягивающее напряжение:

$$\sigma_{20} = 0. \quad (176)$$

- Касательные напряжение находим по формуле:

$$\tau_0 = \tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_0}{\delta} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{25,7}{1,2} = -32,13 \text{ кГс/см}^2. \quad (177)$$

- Эквивалентные напряжения в оболочке:

$$\sigma_{0э} = \sigma_{1\max} = \sqrt{(\sigma_{10})^2 + (\sigma_{20})^2} = \sqrt{(1625)^2 + (0)^2} = 1625 \text{ кГс/см}^2. \quad (178)$$

- Напряжения в днище:

$$\sigma_{\text{дн}} = 0. \quad (179)$$

- Экстремум окружного напряжения:

$$\sigma_{2\max} = \frac{N_{2m}}{\delta} = -\frac{1057}{1,2} = -0,881 \cdot 10^3 \text{ кГс/см}^2. \quad (180)$$

Результаты статического расчета внутренних усилий, отнесенных к единице длины контура оболочки резервуара, сведены в таблицы 2 и 3. Распределение внутренних усилий в оболочке показано на рисунке 21 и рисунке 22:

					Расчет вертикального стального резервуара с плавающей крышей	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

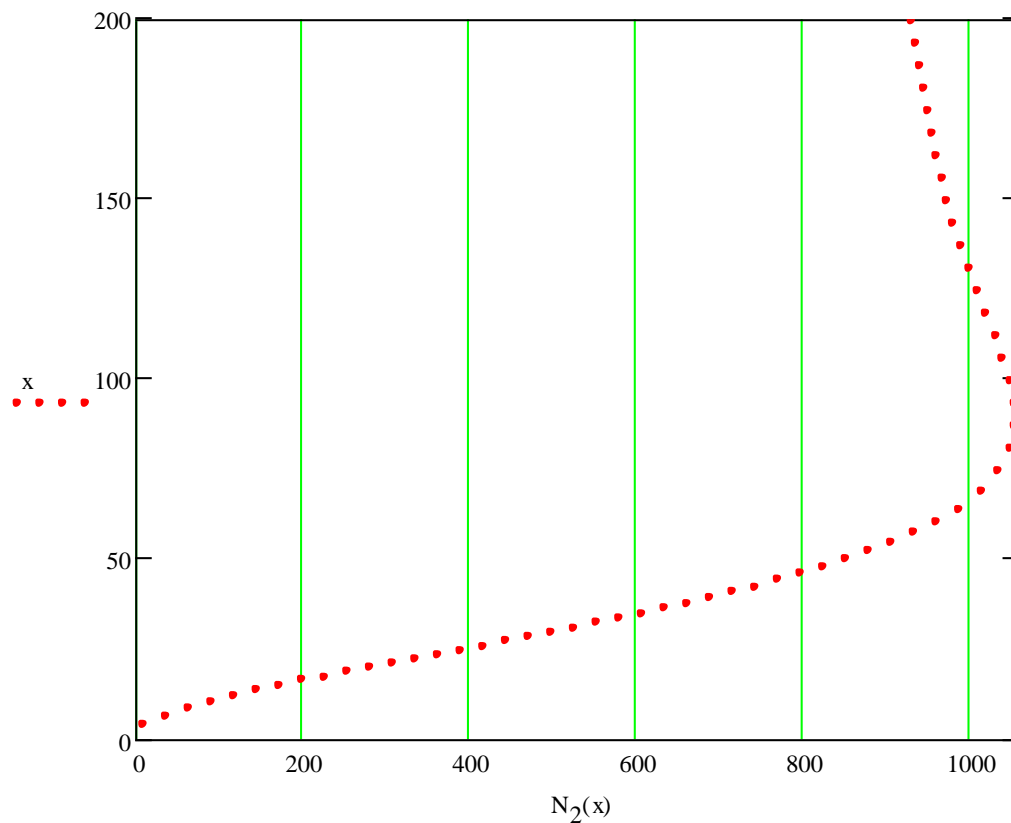


Рисунок 21 – Распределение окружных сил

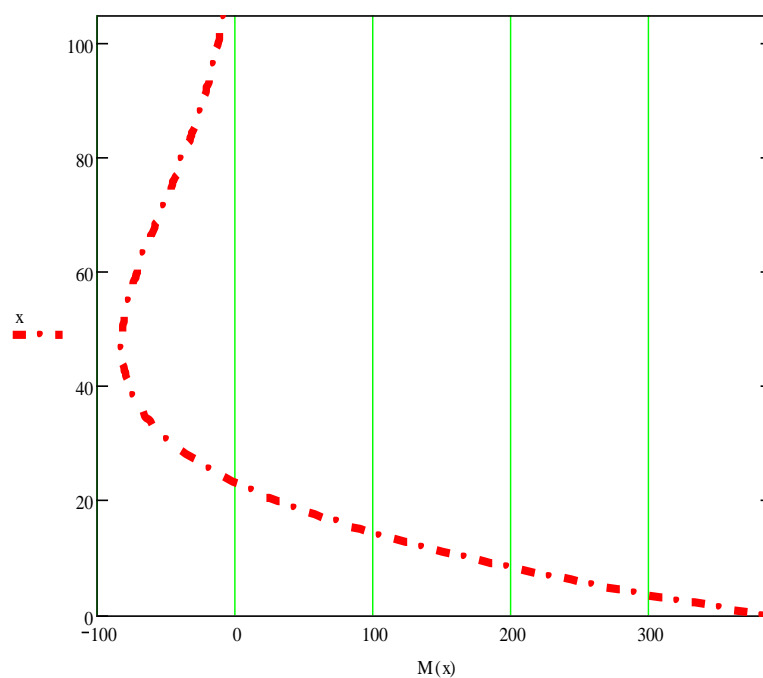


Рисунок 22 – Распределение изгибающих моментов

3.2 Расчет вертикального резервуара при опирании днища на упругое основание

Определим изгибную жесткость стенки по формуле:

$$i_{\text{ст}} = \frac{\beta_{\text{ст}}}{2 \cdot \alpha_{\text{ст}}^3} = \frac{1,6297}{2 \cdot 0,03328^3} = 2,21 \cdot 10^4 \text{ кГс.} \quad (181)$$

Определим цилиндрическую жесткость днища:

$$D_{\text{ст}} = \frac{E \cdot \delta_{\text{дн}}^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} = \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 1^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 1,923 \cdot 10^5 \text{ кГс} \cdot \text{см}, \quad (182)$$

где $\delta_{\text{дн}}$ — толщина днища, см.

Коэффициент гибкости днища:

$$\alpha_{\text{дн}} = \sqrt[4]{\beta_0 / 4 \cdot D_{\text{ст}}} = \sqrt[4]{3/4 \cdot 1,923 \cdot 10^5} = 0,0444 \text{ 1/см}; \quad (183)$$

где β_0 — коэффициент постели основания, (кГс/см²)/см.

Изгибную жесткость днища при опирании на упругое основание определим по формуле:

$$i_{\text{дн}} = \frac{\beta_0}{2 \cdot \alpha_{\text{дн}}^3} = \frac{3}{2 \cdot 0,0444^3} = 0,8569 \cdot 10^4 \text{ кГс.} \quad (184)$$

Относительные вклады жесткостей и днища:

$$\begin{aligned} \bar{i}_{\text{ст}} &= \frac{i_{\text{ст}}}{i_{\text{ст}} + i_{\text{дн}}} = \frac{2,21 \cdot 10^4}{2,21 \cdot 10^4 + 0,8569 \cdot 10^4} = 0,7206; \\ \bar{i}_{\text{дн}} &= \frac{i_{\text{дн}}}{i_{\text{ст}} + i_{\text{дн}}} = \frac{0,8569 \cdot 10^4}{2,21 \cdot 10^4 + 0,8569 \cdot 10^4} = 0,2794; \end{aligned} \quad (185)$$

Согласно результатам прошлой задачи:

$$N_c = 37,73; \quad \bar{M}_{\text{ст}}^{(1)} = 3,161; \quad \bar{M}_{\text{ст}}^{(2)} = 379,2; \quad \bar{M}_{\text{ст}}^{(3)} = 0;$$

Момент защемления днища при опирании на упругое основание определим по формуле:

$$\bar{M}_{\text{дн}}^{(3)} = \frac{N_c}{2 \cdot \alpha_{\text{дн}}} = \frac{37,73}{2 \cdot 0,0444} = 424,89 \text{ кГс.} \quad (186)$$

где N_c – контурное давление, кГс/см.

Моменты от равномерного и гидростатического давления равны:

$$\bar{M}_{\text{дн}}^{(1)} = \bar{M}_{\text{дн}}^{(2)} = 0;$$

Сумма моментов от всех компонентов нагрузки определи по формуле:

$$\bar{M}_{\Sigma} = \sum_{j=1}^3 (\bar{M}_{\text{дн}}^{(j)} + \bar{M}_{\text{ст}}^{(j)}) = 3,161 + 379,2 + 424,89 = 807,25 \text{ кГс;} \quad (187)$$

Расчетные изгибающие моменты краевого эффекта в стенке оболочки и в днище:

$$M_{\text{ст}} = \sum_{j=1}^3 (\bar{M}_{\text{ст}}^{(j)} - \bar{i}_{\text{ст}} \cdot \bar{M}_{\Sigma}^{(j)}) = 383,36 - 0,7206 \cdot 807,25 = -199,34 \text{ кГс;} \quad (188)$$

$$M_{\text{дн}} = \sum_{j=1}^3 (\bar{M}_{\text{ст}}^{(j)} - \bar{i}_{\text{дн}} \cdot \bar{M}_{\Sigma}^{(j)}) = 424,89 - 0,2794 \cdot 807,25 = 199,34 \text{ кГс;}$$

Из предыдущих расчетов

$$H_p^{(1)} = -21,03 \text{ кГс/см; } H_p^{(2)} = -25,49 \text{ кГс/см;}$$

$$H_p = H_p^{(1)} + H_p^{(2)} = -21,03 - 25,49 = -25,70 \text{ кГс/см.}$$

Усилия в плоскости опирания при $x=0$:

$$f_1=1, f_2=0, f_3=0, f_4=1.$$

Изгибающий момент определим по формуле:

$$M(0) = M_{\text{ст}} \cdot f_3 + H_p \cdot f_2 / \alpha_{\text{ст}} = -199,34 \cdot 1 + \frac{-25,70}{0,03328} \cdot 0 = -199,34 \text{ кГс.} \quad (189)$$

Поперечная сила:

$$Q(0) = -2 \cdot \alpha_{\text{ст}} \cdot M_{\text{ст}} \cdot f_2 + H_p \cdot f_4 = 0 - 25,70 = -25,70 \text{ кГс/см.} \quad (190)$$

Находим безмоментные окружные усилия:

$$N^{(1)}(0) = P_H \cdot R = 0,007 \cdot 1243,5 = 8,705 \text{ кГс/см;}$$

$$N^{(2)}(0) = V_{\text{об}} \cdot (H^* - 0) \cdot R = 5,6 \cdot 10^{-4} (1530 - 86,4) \cdot 1243,5 = 1,065 \cdot 10^3 \text{ кГс/см.} \quad (191)$$

Распределение окружной силы для каждой компоненты нагрузки ($j=1,2,3$) определим по формуле:

$$N_2(x) = 2 \cdot R \cdot \alpha_{\text{ст}}^2 \cdot M_{\text{ст}} \cdot f_4 + 2 \cdot R \cdot \alpha_{\text{ст}} \cdot H_p \cdot f_1 + N^{(j)};$$

$$N_2(x_1) = 2 \cdot 1243,5 \cdot (0,03328)^2 \cdot 382,4 \cdot (-199,34) + 2 \cdot 1243,5 \times$$

$$\times 0,03328 \cdot (-25,70) + 1074 = -1602 \text{ кГс/см}; \quad (192)$$

Максимум момента (по модулю) при $x_2=19,2$ см, положительный экстремум растягивающей окружной силы при $x_3=62,4$ см.

Находим значение гиперболо-тригонометрических функций и момента при $x_2=19,2$ см:

$$f_1(x_2) = \exp(-0,03328 \cdot 19,2) \cdot \cos(0,03328 \cdot 19,2) = 0,424,$$

$$f_2(x_2) = \exp(-0,03328 \cdot 19,2) \cdot \sin(0,03328 \cdot 19,2) = 0,315,$$

$$f_3(x_2) = 0,424 + 0,315 = 0,739,$$

$$f_4(x_2) = 0,424 - 0,315 = 0,109,$$

$$M(x_2) = M_{\text{ст}} \cdot f + H_p \cdot f_2 / \alpha_{\text{ст}} = -199,34 \cdot 0,739 + \frac{-25,70}{0,03328} \cdot 0,315 = -390,56 \text{ кГс}.$$

Находим значение гиперболо-тригонометрических функций и окружной силы при $x_3=67,2$ см:

$$f_1(x_3) = \exp(-0,03328 \cdot 62,4) \cdot \cos(0,03328 \cdot 62,4) = -0,0607,$$

$$f_2(x_3) = \exp(-0,03328 \cdot 62,4) \cdot \sin(0,03328 \cdot 62,4) = 0,1096,$$

$$f_3(x_3) = -0,0607 + 0,1096 = 0,0489,$$

$$f_4(x_3) = -0,0607 - 0,1096 = -0,17,$$

$$N_2(x_3) = 2 \cdot R \cdot \alpha_{\text{ст}}^2 \cdot M_{\text{ст}} \cdot f_4 + 2 \cdot R \cdot \alpha_{\text{ст}} \cdot H_p \cdot f_1 + N^{(j)};$$

$$N_2(x_3) = 2 \cdot 1243,5 \cdot (0,03328)^2 \cdot (-199,34) \cdot (-0,17) + 2 \cdot 1243,5 \times$$

$$\times 0,03328 \cdot (-25,70) \cdot (-0,0607) + 1031 = -1253 \text{ кГс/см};$$

Максимум поперечной силы равно $Q(x_4)=8,03$ кГс/см при $x_4=43,2$.

Результаты расчета внутренних усилий в резервуаре на единицу длины контура:

в опорной плоскости (краевой эффект):

- изгибающий момент – 199,34 кГс;
- поперечная сила – 25,70 кГс/см;

- осевая сила (контурное давление) 37,73 кГс/см;
- окружная сила –1602 кГс/см;
- изгибающий момент в днище 199,34 кГс.

экстремумы:

- изгибающий момент –390,6 кГс при $x_2=19,2$ см;
- поперечная сила +8,37 кГс/см при $x_4=43,2$ см;
- окружная сила $+1,253 \cdot 10^3$ кГс/см при $x_3=62,4$ см.

Таблица 2 - Внутренние усилия краевого эффекта, отнесенные к единице длины контура резервуара

Параметр	Оболочка закреплена	Оболочка на упругом основании
Изгибающий момент, кГс	382,4	–199,3
Поперечная сила, кГс/см	–25,7	–25,7
Окружное усилие, кГс/см	0	–1602
Контурное давление, кГс/см	37,73	37,73
Момент в днище, кГс	0	199,3

Таблица 3 – Экстремумы усилий в зоне уторного узла, отнесенные к единице длины контура резервуара (в знаменателе – их координаты x , см)

Параметр	Оболочка закреплена	Оболочка на упругом основании
Изгибающий момент, кГс	+382,4/0 –81,0/48,0	+16,88/110,4 –390,6/19,2
Поперечная сила, кГс/см	+1,74/72,0 –25,7/0	+8,37/43,2 –25,7/0
Окружное усилие, кГс/см	+1057/86,4	+1253/62,4 –1602/0
Осевая сила, кГс/см	+37,73/0	+37,73/0

Результаты статического расчета внутренних усилий, отнесенных к единице длины контура оболочки резервуара, сведены в таблицы 4 и 5.

Распределение внутренних усилий в оболочке показано на рисунках 23 и 24 соответственно.

Определение напряжений краевого эффекта

Нормальное осевое (главное) напряжение сжатия определим по формуле:

$$\sigma_{10} = \frac{N_c}{\delta} + \frac{6 \cdot M(0)}{\delta^2} = \frac{37,73}{1,2} + \frac{6 \cdot 199,34}{1,2^2} = 862,0 \text{ кГс/см}^2. \quad (193)$$

Окружное (главное) растягивающее напряжение

$$\sigma_{20} = \frac{N_{20}}{\delta_{ст}} = \frac{-1602}{1,2} = -1335 \text{ кГс/см}^2. \quad (194)$$

Касательные напряжение находим по формуле:

$$\tau_0 = \tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_m}{\delta} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{25,7}{1,2} = -32,13 \text{ кГс/см}^2. \quad (195)$$

Эквивалентные напряжения в оболочке:

$$\sigma_{0э} = \sigma_{1max} = \sqrt{(\sigma_{10})^2 + (\sigma_{20})^2} = \sqrt{(1625)^2 + (-1335)^2 + 1625 \cdot (-1335)} = 1172 \text{ кГс/см}^2. \quad (196)$$

Напряжения в днище:

$$\sigma_{дн} = \frac{|Q_0|}{\delta_{дн}} + \frac{6 \cdot |M_{дн}|}{\delta_{дн}^2} = \frac{25,7}{1} + \frac{6 \cdot 199,34}{1^2} = 1222 \text{ кГс/см}^2. \quad (197)$$

Экстремальные значения компонент напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{1max} &= \frac{N_{10}}{\delta} + \frac{6 \cdot |M_m|}{\delta^2} = \frac{37,73}{1,2} + \frac{6 \cdot 390,6}{1,2^2} = 1659 \text{ кГс/см}^2, \\ \sigma_{2max} &= \frac{N_{2m}}{\delta} = -\frac{1062}{1,2} = -1,335 \cdot 10^3 \text{ кГс/см}^2, \\ \tau_{max} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_m}{\delta} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{25,7}{1,2} = -32,13 \text{ кГс/см}^2. \end{aligned} \quad (198)$$

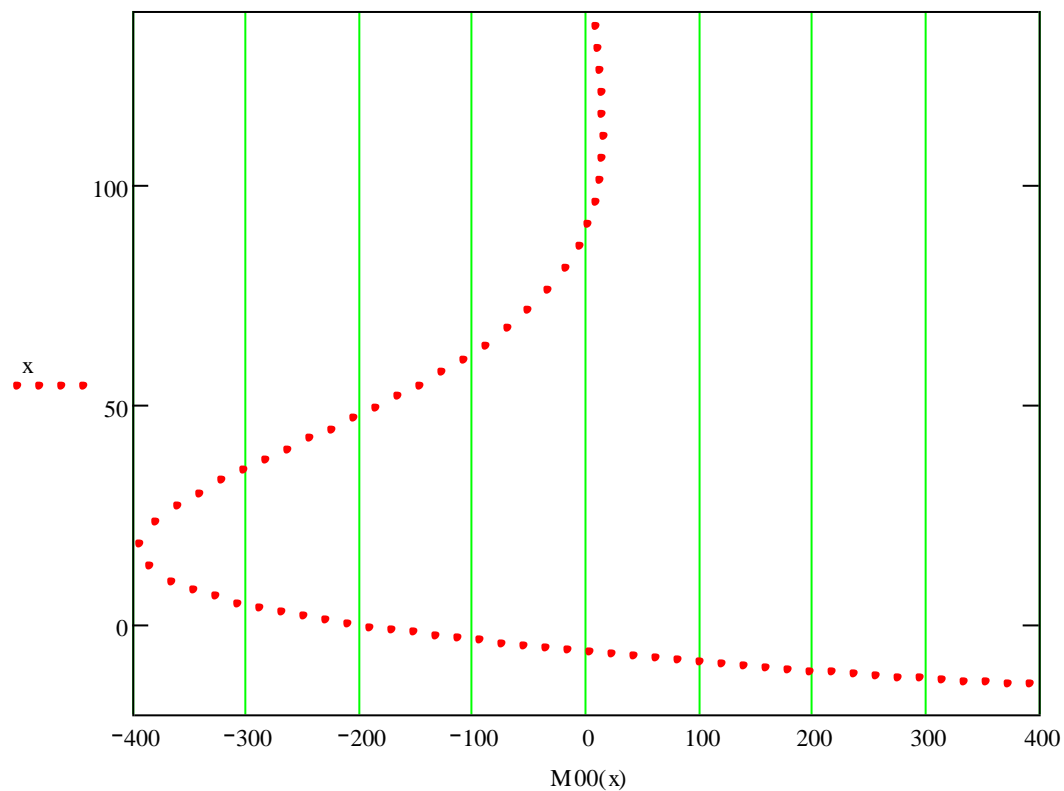
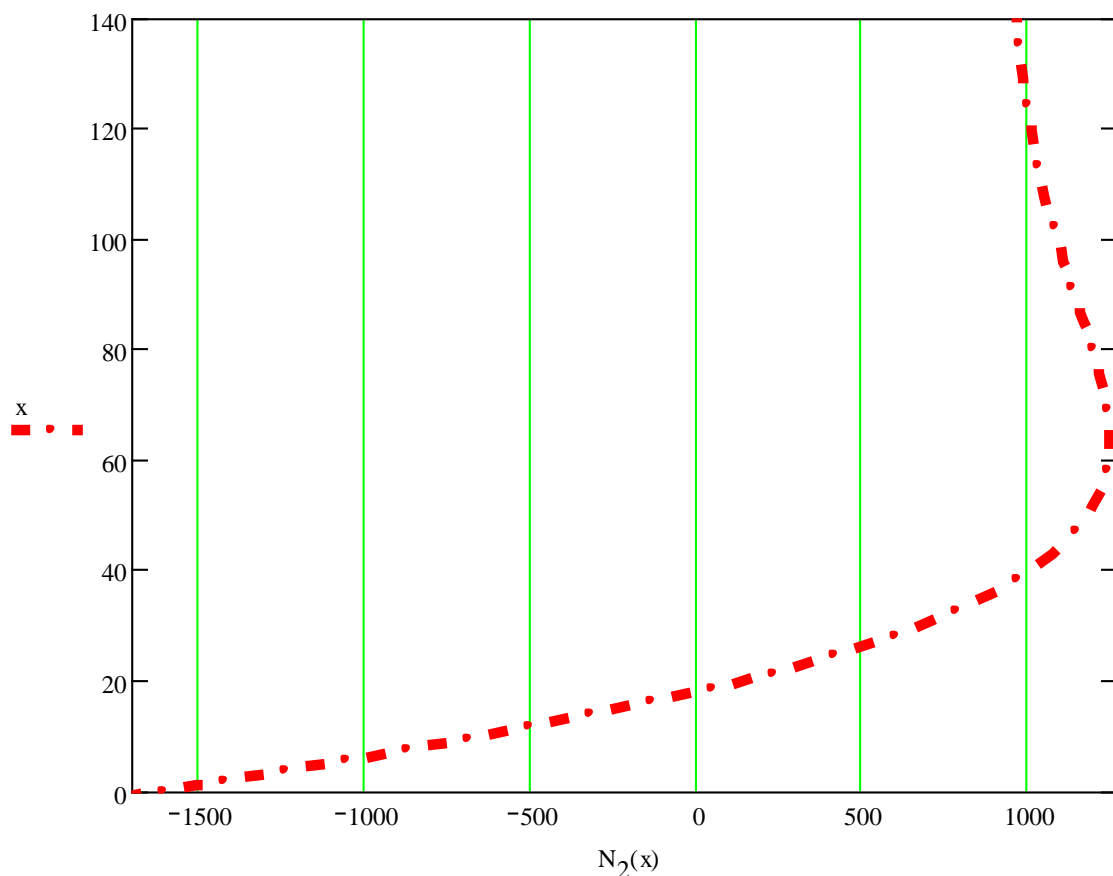


Рисунок 23 – Распределение изгибающих моментов $M(x)$

Таблица 4 – Напряжения краевого эффекта, кгс/см^2

Параметр	Оболочка закреплена	Оболочка на упругом основании
Осевые	$1,625 \cdot 10^3$	862,0
Окружные	0	$-1,335 \cdot 10^3$
Касательные	-32,13	-32,13
Эффективные	$1,625 \cdot 10^3$	$1,172 \cdot 10^3$
В днище	0	$-1,222 \cdot 10^3$

см



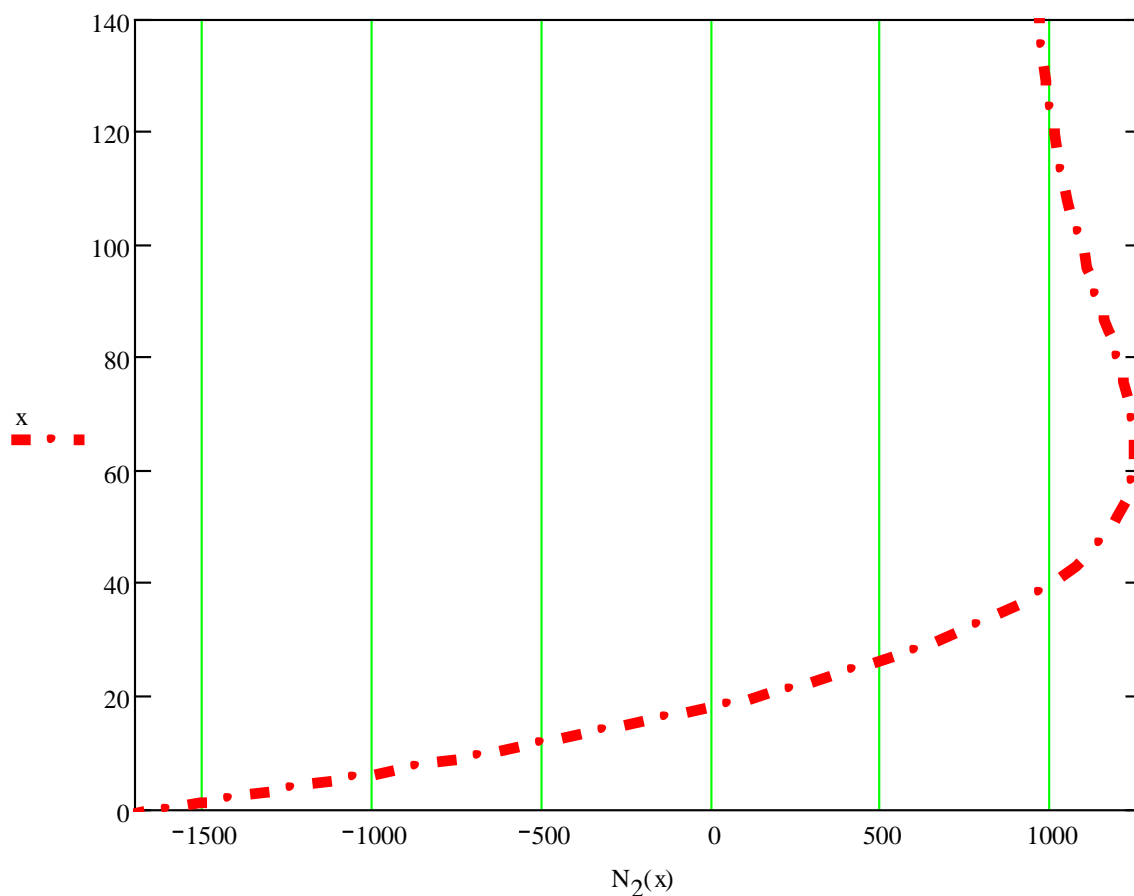
кгс/см

Рисунок 23 – Распределение изгибающих моментов $M(x)$

Таблица 4 – Напряжения краевого эффекта, кгс/см²

Параметр	Оболочка заземлена	Оболочка на упругом основании
Осевые	$1,625 \cdot 10^3$	862,0
Окружные	0	$-1,335 \cdot 10^3$
Касательные	-32,13	-32,13
Эффективные	$1,625 \cdot 10^3$	$1,172 \cdot 10^3$
В днище	0	$-1,222 \cdot 10^3$

см



кгс/см

Рисунок 24 – Распределение окружающей силы

Таблица 5 – Экстремумы напряжений в зоне уторного узла кгс/см²

Параметр	Оболочка заземлена	Оболочка на упругом основании
Осевые	$+1,625 \cdot 10^3$	$+1,659 \cdot 10^3$
Окружные	$-0,881 \cdot 10^3$	$-1,335 \cdot 10^3$
Касательные	-32,13	-32,13
Эффективные	$+1,625 \cdot 10^3$	$1,810 \cdot 10^3$

Вывод:

Полученные значения компонент и эквивалентных напряжений в обоих вариантах опирания оболочки на основание не превышают величины допускаемого напряжения ($4500 \text{ кгс/см}^2 = 450 \text{ МПа}$).

Заключение

Трубопроводный транспорт является важнейшей составной частью производственной инфраструктуры страны. Поэтому его развитие является одной из приоритетных задач государственной политики. Роль трубопроводного транспорта еще более увеличивается в условиях глобализации мировой экономики, приводящей к значительному увеличению взаимовыгодных межгосударственных экономических связей.

Научно-техническая проблема по исследованию конструкций трубопроводного транспорта и процессов в них с целью обеспечения требуемой работоспособности до сих пор современна и актуальна.

В данной работе была проведена оценка напряженно-деформированного состояния резервуаров с применением теории тонких упругих оболочек, которая позволила получить полную информацию о напряжениях, возникающих в оболочках конструкций. Наличие такой информации позволяет сделать вывод о возможности или невозможности дальнейшей эксплуатации нефтепровода или резервуара, путем сравнения экстремальных значений напряжений с допустимыми.

В настоящее время имеется тенденция к увеличению объема резервуаров при сооружении крупных резервуарных парков. Эта тенденция объясняется тем, что под большие резервуары требуется меньшая площадь застройки, при их сооружении уменьшаются затраты на устройство основных и вспомогательных коммуникаций. Увеличение же объемов резервуаров приводит в свою очередь к повышению требований по надежности, предъявляемых при их строительстве и эксплуатации. Для оценки последней должна быть использована теория тонких упругих оболочек, рассмотренная в данной работе, которая позволяет оценить напряженно-деформированное состояние.

					<i>Исследование напряженно-деформированного состояния резервуара вертикального стального с плавающей крышей типа РВСПК-50000 м³ при его эксплуатации в специализированном морском нефтяном</i>		
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат			
Разраб.	Бородай				Заключение		
Руковод.	Саруев Л.А.						
Консульт.							
Зав. Каф.	Рудаченко А.В.						
					Лит.	Лист	Листов
					НИ ТПУ гр.2БМ4Б		

В заключении хотелось бы отметить, что современные программные комплексы («ANSYS», «LS-DYNA»), используемые для определения напряженно-деформированного состояния конструкций, также базируются на балочных и оболочечных моделях. В этом случае балочные модели используют в качестве первоначальной оценки прочности, а более уточненный расчет опасных участков проводят путем использования оболочечных моделей, базирующихся на теории оболочек.

					Заключение	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дат		

